

基于集合论估计的电网状态辨识

(三) 基于优化模型的求解方法

王彬¹, 王治华², 董树锋³, 周宁慧⁴, 何光宇⁴

(1. 广东电网有限责任公司电力调度控制中心, 广东省广州市 510600;

2. 国网上海市电力公司电力调度控制中心, 上海市 200122; 3. 浙江大学电气工程学院, 浙江省杭州市 310027;

4. 上海交通大学电子信息与电气工程学院, 上海市 200240)

摘要: 求解变量的限值问题, 最直观的方式为建立以待求变量为目标函数、以约束条件为可行域的优化模型, 通过求解极大化和极小化问题, 分别得到该变量的上限值和下限值。基于优化模型的求解方法的优点在于可综合考虑所有的约束, 所得结果保守性较小, 甚至不存在保守性。首先简要介绍了求解状态变量限值和量测变量限值的优化模型。然而由于该优化模型为非凸模型, 而对于非凸优化模型, 无法得到其全局最优解, 为解决该问题, 继而建立了求解量测变量限值的锥优化模型。算例表明, 该模型既保证了结果的可信性, 也提高了求解效率。

关键词: 状态估计; 集合论估计; 非凸优化模型; 锥优化模型

0 引言

系列文章第2篇^[1]具体讲述了在量测误差有界情况下状态辨识的求解思路之一: 基于区间约束传播的方法。这一方法计算效率高, 结果具有可信性, 但存在一定的保守性。

本文将介绍针对量测误差有界情况下状态辨识的另一种求解思路: 基于优化模型的求解方法。依据系列文章第1篇^[2]中状态辨识模型, 可分别建立求解状态变量限值和量测变量限值的优化模型。由于量测方程和潮流方程是非线性的, 该优化模型为非凸模型。对于非凸优化模型, 无法得到其全局最优解, 从而导致结果是不可信的。为解决该问题, 本文继而通过模型变换和放宽可行域, 建立求解量测变量限值的锥优化模型。锥优化模型是一种特殊形式的凸优化模型, 可求解全局最优解, 从而保证了结果的可信性, 同时相比于非凸优化模型, 其计算效率也得到提高。

文献^[3]提出了基于锥优化模型来求解状态区间的基本思路。本文在此基础上, 对非凸优化模型和锥规划模型在可信性、计算效率、保守性等方面进行了综合分析, 并在算例测试中, 对非凸优化模型、锥规划模型、区间约束传播^[1]、改进区间约束传播^[1]

等进行了比较, 以期得到不同应用场景下的不同解决方案。

1 非凸优化模型

首先考虑求解状态变量限值的问题。将求解状态变量的下限值向量 x^- 和上限值向量 x^+ 的问题拆分为分别针对状态变量的任一分量 x_i , 求解其下限值 x_i^- 和上限值 x_i^+ 的问题。根据状态可信辨识模型^[2], 建立优化模型为:

$$\begin{cases} x_i^- = \min x_i \text{ 或 } x_i^+ = \max x_i \\ \text{s.t. } z = h(x) \\ g(x) = 0 \\ l(x) \geq 0 \\ Z - e^+ \leq z \leq Z - e^- \end{cases} \quad (1)$$

式中: z 为量测变量; Z 为量测值向量; e^+ 和 e^- 分别为误差向量上、下限。

该模型在综合考虑量测误差界约束、零注入节点的潮流约束和电力中设备运行的限值约束的基础上, 求解变量 x_i 的极小值和极大值^[4-6]。

同理, 可建立求解量测变量 z_i 的下限值 z_i^- 和上限值 z_i^+ 的优化模型为:

$$\begin{cases} z_i^- = \min z_i \text{ 或 } z_i^+ = \max z_i \\ \text{s.t. } z = h(x) \\ g(x) = 0 \\ l(x) \geq 0 \\ Z - e^+ \leq z \leq Z - e^- \end{cases} \quad (2)$$

收稿日期: 2015-05-29; 修回日期: 2016-01-05。

上网日期: 2016-02-29。

国家自然科学基金资助项目(51207136)。

以式(1)为例,对采用非凸优化模型求解限值的方法进行讨论。

1)假设计算得到的极小值为 \hat{x}_i^- ,若 \hat{x}_i^- 不是该问题的全局最优解,则存在某一可行解 \bar{x} ,使得 $\bar{x}_i < \hat{x}_i^-$,此时 $\bar{x} \notin [\hat{x}^-, \hat{x}^+]$ 。从而说明如果无法求得全局最优解,将存在解的遗漏,使得结果的可信性得不到保证。然而,对于非凸优化模型,求解其全局最优解是十分困难的。

2)对于任意 $x_i \in [\hat{x}_i^-, \hat{x}_i^+]$,均存在某一可行解 \bar{x} ,使得 $\bar{x}_i = x_i$,说明区间 $[\hat{x}^-, \hat{x}^+]$ 不存在保守性(不考虑区间包裹效应带来的保守性)。

3)若系统中存在 n 个节点,则 $x \in \mathbf{R}^{2n-1}$,即求解 $4n-2$ 个优化问题,以得到最终的状态区间;若系统中存在 m 个测点,则需求解 $2m$ 个优化问题,以得到最终的量测区间。由于非凸优化问题的收敛性与初值选取有关,在某些场景下,存在迭代次数较多的情况,因此该方法的计算耗时较大,计算效率较低。

综上所述,基于非凸优化模型得到的状态区间和量测区间不存在保守性,相反,结果是激进的,不具有可信性,且计算效率较低。

2 锥优化模型

针对非凸优化模型存在的问题,本节通过模型变换^[3,7-8]及放宽可行域的方式来建立该问题的锥优化模型。

对于节点 i ,首先定义变量 $U_i = V_i^2$,对于支路 ij (连接节点 i 与节点 j 的支路),定义变量 $R_{ij} = V_i V_j \cos \theta_{ij}$, $I_{ij} = V_i V_j \sin \theta_{ij}$,则量测方程为:

$$V_i^2 = U_i \tag{3}$$

$$P_{ij} = (g_{ij} + g_{ij}^{sh})U_i - g_{ij}R_{ij} - b_{ij}I_{ij} \tag{4}$$

$$Q_{ij} = -(b_{ij} + b_{ij}^{sh})U_i + b_{ij}R_{ij} - g_{ij}I_{ij} \tag{5}$$

$$P_i = U_i \sum_{j \in I} (g_{ij} + g_{ij}^{sh}) - \sum_{j \in I} (g_{ij}R_{ij} + b_{ij}I_{ij}) \tag{6}$$

$$Q_i = -U_i \sum_{j \in I} (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + \sum_{j \in I} (b_{ij}R_{ij} - g_{ij}I_{ij}) \tag{7}$$

上述变量的具体含义见文献[1]。其中电压幅值量测 V_i 被替换为电压幅值的平方 V_i^2 ,作为电压幅值的虚拟量测。从式(3)至式(7)可以看出,在新变量下,量测方程均被表示为线性方程的形式。同理,潮流方程也可表示为线性方程的形式。此外,变量之间存在约束关系:

$$U_i U_j = R_{ij}^2 + I_{ij}^2 \tag{8}$$

如果将形如式(8)的约束加入优化模型中,则优化模型将变为非凸模型。为此,将该约束放宽,转化为锥约束:

$$\begin{cases} U_i U_j \geq R_{ij}^2 + I_{ij}^2 \\ R_{ij} \geq 0 \end{cases} \tag{9}$$

综合量测方程(式(3)至式(7))、潮流方程(与量测方程具有相同的形式)和锥约束(式(9)),可建立如下的优化模型,以求解量测量的上限值和下限值。

$$\begin{cases} \min \rho(\mathbf{U}, \mathbf{R}, \mathbf{I}) \text{ 或 } \max \rho(\mathbf{U}, \mathbf{R}, \mathbf{I}) \\ \text{s.t. } z = \mathbf{h}(\mathbf{U}, \mathbf{R}, \mathbf{I}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{U}, \mathbf{R}, \mathbf{I}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{l}(\mathbf{U}, \mathbf{R}, \mathbf{I}) \geq \mathbf{0} \\ \mathbf{Z} - \mathbf{e}^+ \leq z \leq \mathbf{Z} - \mathbf{e}^- \\ U_i U_j \geq R_{ij}^2 + I_{ij}^2 \\ R_{ij} \geq 0 \end{cases} \tag{10}$$

式中: $\mathbf{h}(\mathbf{U}, \mathbf{R}, \mathbf{I})$ 为由式(3)至式(7)表征的线性量测方程; $\mathbf{g}(\mathbf{U}, \mathbf{R}, \mathbf{I})$ 为零注入节点的线性潮流方程; $\mathbf{l}(\mathbf{U}, \mathbf{R}, \mathbf{I})$ 为物理限值约束,不失一般性,假设限值约束均可表示为新变量的线性组合形式; $\rho(\mathbf{U}, \mathbf{R}, \mathbf{I})$ 为待求的量测量,其具体形式为线性量测方程。

采用优化模型(式(10))来求解状态辨识问题,其特点如下。

1)式(10)为锥优化模型,由于锥优化是一种特殊形式的凸优化^[9-10],因此可高效求解其全局最优解,从而保证了结果的可信性。

2)由于状态变量 x 无法表示为新变量 $\mathbf{U}, \mathbf{R}, \mathbf{I}$ 的线性组合形式,因此 x 不能直接作为式(10)的目标函数,即该模型无法直接求解状态变量的限值,而只能求解量测变量的限值。解决该问题的思路为:先利用式(10)求解量测变量 z 的限值并形成区间向量 $[z]$,然后以 $[z]$ 作为初始区间,状态变量的初始区间 $[x]$ 根据运行经验选取,并采用基于区间约束传播的方法^[11],将状态辨识问题写成约束满足问题的一般形式,通过区间收缩,消除变量域中不满足约束集的变量值,直到满足终止条件,求出状态变量 x 的区间 $[x]$ 。

3)为建立式(10),引入了新变量 $\mathbf{U}, \mathbf{R}, \mathbf{I}$,并放宽等式约束(式(8))至锥约束(式(9))。考察在未放宽式(8)情况下的模型变换。为保证转换前后的模型等价,变换过程中增加的等式约束个数,必须等于增加的独立变量个数。假设系统的节点数为 n ,支路数为 l ,则新变量的数量为 $n + 2l$,相比原始的 $2n - 1$ 个状态变量,增加了 $2l - n + 1$ 个变量。式(8)的个数为 l ,新增变量和新增约束的差值为 $l - n + 1$ 。对于辐射网,满足 $l = n - 1$,此时新增变量个数和新增约束个数一致,两者等价。对于环网, $l > n - 1$,此时新增变量数大于新增约束数,说明并非等价变换,相比于变换前,变换后的模型放宽了可行域。具体而言,变换后的模型未考虑回路中相角

之和为零的约束。

综上,式(10)一方面未考虑回路中相角之和为零的约束,放宽了环网系统的可行域;另一方面放宽了式(8)。放宽可行域,将导致所求结果的上限值大于实际的上限值,而结果的下限值小于实际的下限值,即结果存在保守性。

4)已有研究表明^[9],锥优化的求解复杂度和线性规划一致,因此相比非凸优化模型,可有效提高计算效率,但仍需求解多个优化问题。需要说明的是,多次求解优化问题时,各个优化问题是相互独立的,不存在同步的问题,因此可采用并行或分布式的方法进行求解,以提高计算效率。

综上所述,基于锥优化模型仅能得到量测区间,结果具有可信性,也存在一定的保守性,相比非凸优化模型,计算效率有所提高。

3 算例分析

本节将从结果可信性、结果保守性和计算效率三个方面来对比分析前述两种求解方法和由系列文章第2篇^[1]提出的两种基于区间约束传播求解方法的性能,分别简记为:OPT(基于非凸优化模型的求解方法)、CONIC(基于锥优化模型的求解方法)、ICP(基于常规区间约束传播的求解方法)和ICP++(基于改进区间约束传播的求解方法)。

对标准测试系统,通过在潮流结果的基础上添加幅值为2%的均匀分布的误差,形成量测数据。相应地,量测误差的界设定为 $[-0.02z_i, 0.02z_i]$,其中 z_i 为潮流解。

对于基于优化模型的求解方法,采用原始对偶内点法求解相应的优化模型,收敛精度为 10^{-5} 。其中,对于非凸优化模型,以平启动的方式设置状态初值;对于锥优化模型,其结果与初值无关,但在得到量测变量的区间后,需通过区间约束传播方法得到状态变量的区间。对于基于区间分析的求解方法,量测变量的初始区间根据量测误差的界值设定为 $[Z - 0.02|z_i|, Z + 0.02|z_i|]$ 。状态变量中节点电压幅值的初始区间设定为 $[0.5, 1.5]$ (标么值),节点电压相角的初始区间设定为 $[-\pi, \pi]$ 。区间约束传播的收敛精度为 10^{-5} 。

3.1 结果可信性测试

如系列文章第2篇^[1]所述,结果可信性是指结果应包含所有满足约束条件的解,以确保该结果包含系统的真实状态。用系列文章第2篇^[1]中的测试结果可信性的方式对OPT和CONIC两种方法进行测试。测试发现:对于CONIC,其结果是可信的,而对于OPT,存在3个测试样本,其状态区间是不可信的,存在830个测试样本,其量测区间是不可信的,占样本总量的41.5%。具体地,图1给出了在量测区间不可信的测试样本中不可信量测变量个数的统计结果。所有样本中,不可信量测变量的数量最多为7个,不可信量测变量的数量为3个的样本数为300个,数量最多。包含多个不可信量测变量(数量大于等于2)的样本数为543个,占含不可信量测变量的样本总量的65.4%。

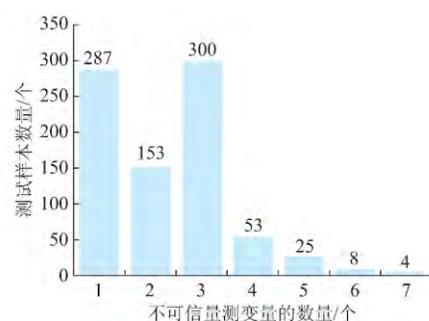


图1 OPT中量测不可信的样本统计
Fig.1 Statistical results of measurement which is not credible in OPT

从测试结果可知:OPT不能保证结果的可信性,而CONIC可得到可信的结果。与前文理论分析的结果一致。

3.2 结果保守性测试

本节与系列文章第2篇^[1]中评价方法的结果保守性采用相同的指标。对于IEEE 14节点系统,四种方法得到的节点电压幅值的下限值和上限值见附录A图A1、图A2,从图中可以看出,OPT得到的下限值最大、上限值最小,相反,ICP得到的下限值最小、上限值最大,CONIC和ICP++得到的下限值和上限值介于前两者之间。因此,对于节点电压幅值,四种方法的保守性从高到低依次为ICP, ICP++, CONIC, OPT。

附录A图A3、图A4分别给出了四种方法得到的节点电压相角的下限值和上限值,与节点电压幅值类似,四种方法的保守性从高到低依次为ICP, ICP++, CONIC, OPT。

综上所述,对于状态区间,四种方法的保守性从高到低依次为ICP, ICP++, CONIC, OPT。此外,ICP++, CONIC, OPT三种方法得到的结果非常接近,说明锥优化模型中放大可行域的处理方式对结果的影响较小。需要说明的是,虽然OPT的保守性最小,但其结果并不具有可信性,此处仅作为其他三种方法的参考。

图2、图3分别给出了四种方法得到的节点电

压幅值区间和节点电压相角区间的三种形式的宽度。CONIC 得到的电压幅值的平均宽度为 0.3%，小于无功电压控制系统的控制死区 0.5%。CONIC 得到的电压相角的平均宽度则为 0.294°，而相量量测中电压相角的量测精度在某些情况下仅为 0.5°。因此，CONIC 得到的结果虽然存在一定保守性，但满足实际应用的要求。

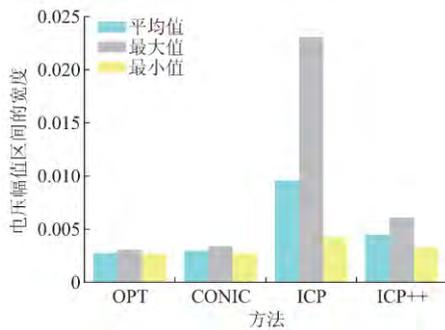


图 2 IEEE 14 节点系统中节点电压幅值区间的宽度
Fig.2 Width of bus voltage amplitude interval in IEEE 14-bus system

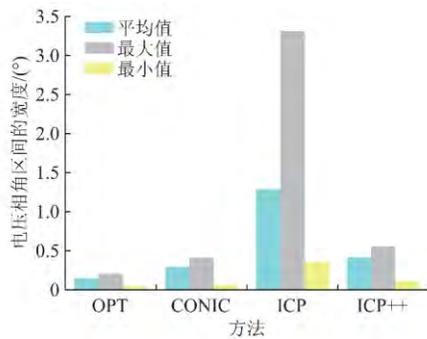


图 3 IEEE 14 节点系统中节点电压相角区间的宽度
Fig.3 Width of bus voltage phase angle interval in IEEE 14-bus system

对于量测区间，四种方法的保守性从高到低依次为 ICP, ICP++, CONIC, OPT, 与状态区间对应的保守性趋势一致，如图 4 所示。

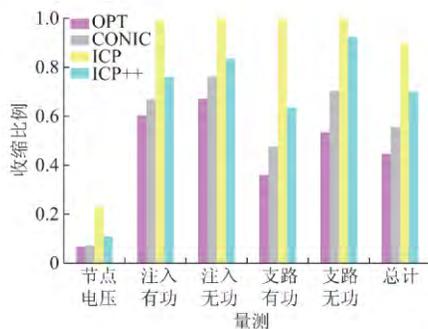


图 4 IEEE 14 节点系统中不同类型量测的收缩比例
Fig.4 Interval contraction ratio of different measurement in IEEE 14-bus system

此外，电压量测的收缩比例最小，小于 0.1，有功量测的收缩比例明显小于无功量测。通过将上述过程应用于 IEEE 118 节点系统，可验证结果保守性的结论对较大系统依然有效。由于篇幅所限，此处略去 IEEE 118 节点系统的对比结果。

3.3 计算效率测试

本节测试四种方法的计算效率，即针对不同规模的系统，对比四种方法各自的计算时间。测试环境为个人电脑，CPU 为 Intel(R) Core(TM) i7，主频为 2.0 GHz、内存 2.00 GB，所有算法均采用 Java 实现。表 1 给出了针对不同系统，四种方法的计算时间。

表 1 各标准系统的计算时间
Table 1 Computation time of each standard system

系统	量测数据/个	计算时间/s			
		OPT	CONIC	ICP	ICP++
IEEE 14	110	5.482	4.231	0.154	0.197
IEEE 30	229	18.809	14.052	0.276	0.319
IEEE 118	1 054	401.375	314.273	1.309	1.799
IEEE 300	2 091	1 649.803	1 186.274	3.637	4.647

从表 1 可以看出，ICP 和 ICP++ 的计算效率较高，而 OPT 和 CONIC 的计算效率均不高，尤其针对规模较大的系统，计算时间达分钟级，甚至为小时级，显然无法满足在线应用的要求。相比而言，CONIC 比 OPT 的计算效率稍高。两者计算效率低的主要原因在于需多次求解优化问题，但每个优化问题是相互独立的，因此可以采用分布式或并行的方式来提高计算效率。此外，在某些应用场景中，无须求解所有状态变量和量测变量的区间，而只求解某些调度运行人员更为关心的变量。

4 结语

针对量测误差有界情况下的状态辨识模型，本文提出了基于优化模型的求解方法。该方法将求解状态解集的问题转化为求解变量限值的问题。为消除非凸优化模型无法求解全局最优解带来的结果可信性问题，通过模型转换和放宽可行域，建立了求解限值问题的锥优化模型。对于锥优化模型，可高效求解其全局最优解，从而保证了结果的可信性。算例表明，虽然锥优化模型带来了一定的保守性，但其保守性较小。此外，相比非凸优化模型，锥优化模型的计算效率有所提高。然而，相比于求解单一估计结果，求解可行集合的状态辨识问题在计算效率方面面临更大的挑战，在未来的工程应用中，对求解算法进行并行化和分布式处理将是进一步提高计算效率的有效途径。

附录见本刊网络版 (<http://www.aeps-info.com/aeps/ch/index.aspx>)。

参 考 文 献

- [1] 王彬,董树锋,王治华,等.基于集合论估计的电网状态辨识:(二)基于区间约束传播的求解方法[J].电力系统自动化,2016,40(6):10-16.DOI:10.7500/AEPS20150529014.
WANG Bin, DONG Shufeng, WANG Zhihua, et al. Power system state identification based on set theoretic estimation: Part two solving method based on interval constraints propagation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2016, 40(6): 10-16. DOI: 10.7500/AEPS20150529014.
- [2] 何光宇,常乃超,董树锋,等.基于集合论估计的电网状态辨识:(一)建模[J].电力系统自动化,2016,40(5):25-31.DOI:10.7500/AEPS20150529012.
HE Guangyu, CHANG Naichao, DONG Shufeng, et al. Power system state identification based on set theoretic estimation: Part one modelling [J]. Automation of Electric Power Systems, 2016, 40(5): 25-31. DOI: 10.7500/AEPS20150529012.
- [3] WANG Bin, HE Guangyu, LIU Kaicheng. A new scheme for guaranteed state estimation of power system[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2013, 28(4): 4875-4876.
- [4] AL-OTHMAN A K, IRVING M R. Uncertainty modeling in power system state estimation[J]. IEE Proceedings: Generation Transmission and Distribution, 2005, 15(2): 233-239.
- [5] AL-OTHMAN A K, IRVING M R. A comparative study of two methods for uncertainty analysis in power system state estimation[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2005, 20(2): 1181-1182.
- [6] AL-OTHMAN A K, IRVING M R. Analysis of confidence bounds in power system state estimation with uncertainty in both measurements and parameters[J]. Electric Power System Research, 2006, 76(12): 1011-1018.
- [7] EXPOSITO A G, RAMOS E R. Reliable load flow technique for radial distribution networks[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1999, 14(3): 1063-1069.
- [8] JABR R A. Radial distribution load using conic programming [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2006, 21(3): 1458-1459.
- [9] ANDERSEN E D, ROOS C, TERLAKY T. On implementing a primal-dual interior-point method for conic quadratic optimization [EB/OL]. [2000-12-08]. http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2000/12/245.html.
- [10] 刘斌,刘锋,梅生伟,等.基于二阶锥优化的含有载调压变压器主动配电网最优潮流[J].电力系统自动化,2015,39(19):40-47.DOI:10.7500/AEPS20150104003.
LIU Bin, LIU Feng, MEI Shengwei, et al. Optimal power flow in active distribution networks with on-load tap changer based on second-order cone programming[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(19): 40-47. DOI: 10.7500/AEPS20150104003.
- [11] WANG Bin, HE Guangyu, LIU Kaicheng, et al. Guaranteed state estimation of power system via interval constraints propagation [J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2013, 7(2): 138-144.

王 彬(1987—),男,博士,主要研究方向:电力系统状态估计、优化分析。sswz968@163.com

王治华(1977—),男,高级工程师,主要研究方向:智能电网与智能调度。E-mail: wangzh@sh.sgcc.com.cn

董树锋(1982—),男,博士,主要研究方向:电力系统状态估计和优化运行。E-mail: dongshufeng@zju.edu.cn

何光宇(1972—),男,通信作者,博士,教授,主要研究方向:电力系统经济运行及优化理论在电力系统中的应用。E-mail: gyhe@sjtu.edu.cn

(编辑 万志超)

Power System State Identification Based on Set Theory Estimation Part Three Solving Method Based on Optimization Model

WANG Bin¹, WANG Zhihua², DONG Shufeng³, ZHOU Ninghui⁴, HE Guangyu⁴

(1. Electric Power Dispatching Control Center of Guangdong Power Grid Co. Ltd., Guangzhou 510600, China;

2. Electric Power Dispatching and Control Center of State Grid Shanghai Municipal Electric Power Company,

Shanghai 200122, China; 3. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

4. School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: To solve the problem of limits on variables, the most intuitive way is to build an optimization model of which the objective function is the variables to be solved and the feasible region is the constraints. By solving maximin problems, the upper limits and lower limits on these variables can be achieved. The advantage of the method based on the optimization model is that it can take all the constraints into consideration. Thus, the results are less conservative or even not conservative at all. Firstly, the optimization model to solve the limits of state variables and measurement variables is introduced briefly. However, as the optimization model is a non-convex model, for non-convex models, the global optimal solution cannot be got. To deal with this problem, a conic optimization model which is used to solve the limits of the measurement variables is then established. The numerical example shows that by solving the conic optimization model not only is the credibility of the results ensured, but also the solving efficiency is improved.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51207136).

Key words: state estimation; set theory estimation; non-convex optimization model; conic optimization model