基于电流注入模型的最优潮流方法

殷　伟[1]，王　亮[1]，徐　洋[1]，董树锋[2]，何仲潇[2]
（1. 国网苏州供电公司，江苏 苏州 215000；2. 浙江大学 电气工程学院，浙江 杭州 310027）

摘　要：提出了一种采用电流注入模型的最优潮流方法。电流注入模型考虑了电力网络线性、节点注入功率非线性的特点，用节点电压和节点注入电流作为待求解变量，将潮流约束分为线性耦合的网络方程约束、二次解耦的节点方程约束。跟传统方法相比，该模型下约束方程的 Jacobian 和拉格朗日函数的 Hessian 矩阵稀疏程度高、结构简单，程序实现方便，计算速度快。IEEE 标准系统、Polish system 和国内某实际电网数据的算例表明，该方法能够有效加快问题的求解速度。

关键词：电力系统；最优潮流；电流注入模型；内点法
中图分类号：TM71　　　文献标识码：A　　　文章编号：1004－3950（2018）04－0030－06
DOI:10.16189/j.cnki.nygc.2018.04.006

An optimal power flow method based on current injected model

YIN Wei, *WANG Liang*, *XU Yang*, *et al*
(State Grid Suzhou Power Supply Company, Suzhou 215000, China)

Abstract: A new method for nonlinear interior-point optimal power flow using current injected model was proposed. Taking advantage of power system's characteristic that the network was linear while the injected power was nonlinear, both node voltages and injected currents were treated as variables in current injected model, thus traditional power flow equations were departed to linear network equations and quadratic node equations, which had no coupling among different nodes. Using current injected model, the Jacobian matrix of constraint equations and the Hessian matrix of Lagrange function would be sparse and simple, which was convenient for programming and would speed up the solving of optimal power flow. Test results on IEEE standard systems, Polish system and a real power system verified that the proposed method had excellent performance.

Key words: power system; optimal power flow; current injected model; interior-point method

0　引　言

最优潮流（optimal power flow, OPF）同时考虑电力系统运行经济性和安全性，是电力系统中重要的网络分析和优化工具[1]。自 20 世纪 60 年代 CARPENTIER 提出最优潮流问题以来，最优潮流问题一直备受电力系统研究者关注[2-4]。最优潮流在数学上是一个非线性规划问题。近年来，内点算法在非线性规划领域取得了较大的进展，具有良好的计算性能，被电力系统研究者应用于最优潮流计算中，取得了较好的成果[5-11]。

OPF 问题的具体数学模型，可以采用极坐标形式或直角坐标形式。文献[12]比较了两种坐标形式下的 OPF 数学模型，并指出采用两种坐标形式的 OPF 问题收敛性和计算效率相似。而文献[13]中为突出电力网络本身线性、节点注入非线性的特点，在潮流计算中引入电流失配方程，在直角坐标形式下，电流失配方程具有简单的形式，并有助于提高潮流计算的收敛性和计算效率。文献[7]在 OPF 问题中用电流失配方程取代传统的功率失配方程，文献[14]引入零注入功率节点的概念，并根据是否是零功率注入节点，同时采用功率和电流失配方程，两篇文献中均采用直角坐标形式描述 OPF 问题，通过内点法求解，具有较好的收敛性和计算效率。文献[15]在考虑 LTC 变压器时在 LTC 处引入

收稿日期：2017－06－21
作者简介：殷　伟（1971－），男，江苏常熟人，高级工程师，主要研究方向为电网调度管理。
通讯作者：董树锋，男，副教授，E-mail: dongshufeng@ zju. edu. com

虚拟节点，采用直角坐标形式，OPF 问题虽然系统规模变大，但是矩阵形式简单，能够提高 OPF 求解速度。

本文中采用直角坐标形式，将状态变量由传统方法中使用节点电压 e、f 和节点注入功率 P、Q，变为节点电压 e、f 和节点注入电流 ix、iy，约束方程的 Jacobian 矩阵和拉格朗日函数的 Hessian 矩阵具有稀疏程度高、结构简单的特点，有助于加快最优潮流计算速度。此外，采用电流注入模型具有约束方程形式简单的特点，使得程序编写方便，容易对复杂问题建模，且不同节点的耦合仅存于线性约束中，降低了约束方程的耦合程度，有助于实现分布式计算。

1　电流注入模型最优潮流

通过引入非负的松弛变量可以将最优潮流问题中的不等式约束化为等式约束，则最优潮流问题可以表达成如式(1)的一般形式：

$$\begin{cases} \min f(\boldsymbol{x}) \\ s.t. \quad \boldsymbol{c}(\boldsymbol{x}) = 0 \\ \boldsymbol{x}_L \leqslant \boldsymbol{x} \leqslant \boldsymbol{x}_U \end{cases} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{x} \in R^n$ 为电力系统的状态变量；$\boldsymbol{x}_L \in (-\infty, +\infty)^n$，$\boldsymbol{x}_U \in (-\infty, +\infty)^n$，且满足 $\boldsymbol{x}_L^{(i)} \leqslant \boldsymbol{x}_U^{(i)}$，是变量的上下界；$f: R^n \to R$ 为目标函数；$\boldsymbol{c}: R^n \to R^m (m \leqslant n)$ 为等式约束，f 和 c 二阶连续可微分。

1.1　目标函数

不失一般性，以最小化全网发电机出力为优化目标。

$$f = \sum_{i \in S_G} P_{Gi} = \sum_{i \in S_G} (P_{Li} + P_i) \tag{2}$$

式中：S_G 是全网的发电机节点集合；P_{Gi} 是节点 i 处发电机的有功出力，可以调节；P_{Li} 是节点 i 处的有功负荷，认为保持恒定；P_i 是节点 i 处的注入的有功功率。

电流注入模型中状态变量取为节点电压 $\dot{V}$ 和节点注入电流 $\dot{I}$。在直角坐标形式下，节点 i 处的状态变量具体展开为电压实部虚部 e_i、f_i，注入电流实部虚部 ix_i、iy_i。由节点 i 处：

$$e_i ix_i + f_i iy_i - P_i = 0$$

于是，目标函数表达式变为：

$$f = \sum_{i \in S_G} (e_i ix_i + f_i iy_i) + P_{LG} \tag{3}$$

式中：$P_{LG} = \sum_{i \in S_G} P_{Li}$ 是发电机节点的有功负荷总和，为一常数。

1.2　等式和不等式约束

OPF 问题中，等式约束一般为潮流方程。电流注入模型中，潮流方程为：

$$\boldsymbol{Y}\dot{\boldsymbol{V}} - \dot{\boldsymbol{I}} = 0 \tag{4}$$

$$\dot{\boldsymbol{V}}\dot{\boldsymbol{I}}^* - \dot{\boldsymbol{S}} = 0 \tag{5}$$

式中：Y 是系统的节点导纳矩阵，$\dot{\boldsymbol{I}}^*$ 是注入电流 $\dot{\boldsymbol{I}}$ 的共轭。

潮流方程被划分为两部分，其中网络方程(4)存在不同节点状态变量之间的耦合，但是方程为线性；节点方程(5)为二次方程，但是不同节点变量之间无耦合。将潮流方程在不同节点处按照实部虚部分别展开，得到等式约束为：

$$\begin{cases} \sum_{j \in S} G_{i,j} e_j - \sum_{j \in S} B_{i,j} f_j - ix_i = 0 \quad i \in S \\ \sum_{j \in S} B_{i,j} e_j + \sum_{j \in S} G_{i,j} f_j - iy_i = 0 \quad i \in S \\ e_i ix_i + f_i iy_i = P_{Gi} - P_{Li} \quad i \in S_L \\ -e_i iy_i + f_i ix_i = Q_{Gi} - Q_{Li} \quad i \in S_L \end{cases} \tag{6}$$

式中：S 是所有节点的下标集合；S_L 是负荷节点集合；矩阵 G 和 B 分别为节点导纳矩阵 Y 的实部和虚部；P_{Gi}、P_{Li}、Q_{Gi}、Q_{Li} 分别是节点 i 处的有功无功出力、有功无功负荷。

在 OPF 问题中，要考虑电力系统运行的安全性，需要满足相应的不等式约束。本文中考虑的安全约束如下：

$$\begin{cases} \overline{P_{Gi}} \leqslant P_{Gi} \leqslant \underline{P_{Gi}} \quad i \in S_G \\ \overline{Q_{Gi}} \leqslant Q_{Gi} \leqslant \underline{Q_{Gi}} \quad i \in S_G \\ \overline{U_i^2} \leqslant e_i^2 + f_i^2 \leqslant \underline{U_i^2} \quad i \in S_U \end{cases} \tag{7}$$

式中：$P_{Gi} = e_i ix_i + f_i iy_i + P_{Li}$；$Q_{Gi} = -e_i iy_i + f_i ix_i + Q_{Li}$；$\overline{P_{Gi}}$、$\underline{P_{Gi}}$、$\overline{Q_{Gi}}$、$\underline{Q_{Gi}}$ 是发电机节点 i 的有功无功出力上下限；S_U 是考核母线节点下标集合；$\overline{U_i}$、$\underline{U_i}$ 是考核母线节点 i 的电压上下界。不等式约束可以通过增加松弛变量变化为等式约束。

2　求解算法

2.1　内点法基本原理

使用基于 Filter 集合的原始－对偶内点法[16]求解式(1)，首先引入对数障碍函数，只保留等式约束，转化为如下形式：

$$
\begin{cases}
\min \varphi_{\mu}(\boldsymbol{x}) = f(\boldsymbol{x}) - \mu \sum\limits_{i \in I} \ln(\boldsymbol{x}^{(i)} - x_L^{(i)}) \\
\qquad - \mu \sum\limits_{i \in I} \ln(\boldsymbol{x}_U^{(i)} - \boldsymbol{x}^{(i)}) \\
s.t. \quad \boldsymbol{c}(\boldsymbol{x}) = 0
\end{cases}
\tag{8}
$$

式中:μ 为障碍因子,$\mu > 0$,逐渐趋向于 0;I 为所有变量的下标集合。求解式(8) 等价于求解如下的方程组:

$$
\begin{cases}
\nabla f(\boldsymbol{x}) + \nabla \boldsymbol{c}(\boldsymbol{x}) \lambda - z_L + z_U = 0 \\
\boldsymbol{c}(\boldsymbol{x}) = 0 \\
\boldsymbol{Z}_L(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{X}_L) e - \mu e = 0 \\
\boldsymbol{Z}_U(\boldsymbol{X}_U - \boldsymbol{X}) e - \mu e = 0
\end{cases}
\tag{9}
$$

式中:$\boldsymbol{\lambda} \in R^m$,$z_L \in R^n$,$z_U \in R^n$ 分别是式(1) 中等式约束和上下界约束对应的拉格朗日乘子,且:$\boldsymbol{Z}_L = \mathrm{diag}(z_L)$;$\boldsymbol{Z}_U = \mathrm{diag}(z_U)$;$\boldsymbol{X} - \boldsymbol{X}_L = \mathrm{diag}(x^{(1)} - x_L^{(1)}, x^{(2)} - x_L^{(2)}, \cdots, x^{(n)} - x_L^{(n)})$;$\boldsymbol{X}_U - \boldsymbol{X} = \mathrm{diag}(x_U^{(1)} - x^{(1)}, x_U^{(2)} - x^{(2)}, \cdots, x_U^{(n)} - x^{(n)})$;$\boldsymbol{e}$ 为单位向量,元素全为 1。注意,当 $\mu = 0$ 且满足 $z_L \geqslant 0$、$z_U \geqslant 0$ 时,式(9) 正是原优化问题(1) 的 KKT 条件。

使用牛顿法求解式(9),假设迭代进行到第 k 次,障碍因子 $\mu = \mu_j$,迭代公式为:

$$
\begin{bmatrix}
\boldsymbol{W}_{(k)} & \boldsymbol{A}_{(k)} & -\boldsymbol{I} & \boldsymbol{I} \\
\boldsymbol{A}_{(k)}^T & 0 & 0 & 0 \\
\boldsymbol{Z}_{L(k)} & 0 & \boldsymbol{X}_{(k)} - \boldsymbol{X}_L & 0 \\
-\boldsymbol{Z}_{U(k)} & 0 & 0 & \boldsymbol{X}_L - \boldsymbol{X}_{(k)}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\mathbf{d}\boldsymbol{x}_{(k)} \\
\mathbf{d}\boldsymbol{\lambda}_{(k)} \\
\mathbf{d}z_{L(k)} \\
\mathbf{d}z_{U(k)}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\nabla f(\boldsymbol{x}_{(k)}) + \boldsymbol{A}_{(k)} \boldsymbol{\lambda}_{(k)} - z_{L(k)} + z_{U(k)} \\
\boldsymbol{c}(\boldsymbol{x}_{(k)}) \\
\boldsymbol{Z}_{L(k)}(\boldsymbol{X}_{(k)} - \boldsymbol{X}_L) e - \mu_j e \\
\boldsymbol{Z}_{U(k)}(\boldsymbol{X}_U - \boldsymbol{X}_{(k)}) e - \mu_j e
\end{bmatrix}
\tag{10}
$$

式中:$A = \nabla \boldsymbol{c}(\boldsymbol{x})$ 是等式约束的 Jacobian 矩阵;$\boldsymbol{W} = \nabla_{xx} L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\lambda}, z_L, z_U)$ 是拉格朗日函数的 Hessian 矩阵,拉格朗日函数为:

$$
L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\lambda}, z_L, z_U) = f(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{c}(\boldsymbol{x})^T \boldsymbol{\lambda} - (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_L) z_L - (\boldsymbol{x}_U - \boldsymbol{x}) z_U
$$

具体求解时,并不直接求解方程组(10),而是首先消去分块矩阵中的第三四行,求解如式(11) 规模更小、而且系数矩阵对称的线性方程组:

$$
\begin{bmatrix}
\boldsymbol{W}_{(k)} + \sum_{(k)} & \boldsymbol{A}_{(k)} \\
\boldsymbol{A}_{(k)}^T & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\mathbf{d}\boldsymbol{x}_{(k)} \\
\mathbf{d}\boldsymbol{\lambda}_{(k)}
\end{bmatrix}
= -
\begin{bmatrix}
\varphi_{\mu}(\boldsymbol{x}_{(k)}) \\
c(\boldsymbol{x}_{(k)})
\end{bmatrix}
\tag{11}
$$

式中:$\sum_{(k)}$ 为对角矩阵,对角元素为

$$
\sum\nolimits_{(k)}^{(i,i)} = \frac{z_{L(k)}^{(i)}}{\boldsymbol{x}_{(k)}^{(i)} - \boldsymbol{x}_{L(k)}^{(i)}} + \frac{z_{U(k)}^{(i)}}{\boldsymbol{x}_{U(k)}^{(i)} - \boldsymbol{x}_{(k)}^{(i)}}
$$

按照既定规则 μ 逐渐减小趋近于 0,通过求解式(10) 更新变量 x、$\boldsymbol{\lambda}$、z_L 和 z_U,当误差满足精度要求时,最优问题式(1) 收敛到最优解。

2.2 电流注入模型具体形式

采用向量化方法描述最小发电量的最优潮流。则目标函数(3) 为:

$$
f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{e}^G \cdot \boldsymbol{ix}^G + \boldsymbol{f}^G \cdot \boldsymbol{iy}^G \tag{12}
$$

式中:向量 e、f、ix、$iy \in \boldsymbol{R}^n$ 分别表示所有节点的电压实部虚部、注入电流实部虚部,上标 G 表示发电机节点对应向量,统一形式,将等式约束(6) 和不等式约束(7) 写为:

$$
\boldsymbol{c}(\boldsymbol{x}) =
\begin{cases}
\boldsymbol{c}_{\mathrm{net}}^{\mathrm{Real}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{Ge} - \boldsymbol{Bf} - \boldsymbol{ix} \\
\boldsymbol{c}_{\mathrm{net}}^{\mathrm{Image}}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{Be} + \boldsymbol{Gf} - \boldsymbol{iy} \\
\boldsymbol{c}_{\underline{P}}(x) = \boldsymbol{e}.\times \boldsymbol{ix} + \boldsymbol{f}.\times \boldsymbol{iy} - \boldsymbol{s}_l^P - \underline{\boldsymbol{P}} \\
\boldsymbol{c}_{\underline{Q}}(x) = -\boldsymbol{e}.\times \boldsymbol{iy} + \boldsymbol{f}.\times \boldsymbol{ix} - \boldsymbol{s}_l^Q - \underline{\boldsymbol{Q}} \\
\boldsymbol{c}_{\underline{U}}(x) = \boldsymbol{e}.\times e + \boldsymbol{f}.\times \boldsymbol{f} - \boldsymbol{s}_l^U - \underline{\boldsymbol{U}}^2 \\
\boldsymbol{c}_{\overline{P}}(x) = \boldsymbol{e}.\times \boldsymbol{ix} + \boldsymbol{f}.\times \boldsymbol{iy} + \boldsymbol{s}_u^P - \overline{\boldsymbol{P}} \\
\boldsymbol{c}_{\overline{Q}}(x) = -\boldsymbol{e}.\times \boldsymbol{iy} + \boldsymbol{f}.\times \boldsymbol{ix} + \boldsymbol{s}_u^Q - \overline{\boldsymbol{Q}} \\
\boldsymbol{c}_{\overline{U}}(x) = \boldsymbol{e}.\times e + \boldsymbol{f}.\times \boldsymbol{f} + \boldsymbol{s}_u^U - \overline{\boldsymbol{U}}^2
\end{cases}
\tag{13}
$$

式中:符号 $.\times$ 表示两个向量对应元素相乘而得到的向量;$\underline{\boldsymbol{P}}$、$\underline{\boldsymbol{Q}}$、$\underline{\boldsymbol{U}}^2$、$\overline{\boldsymbol{P}}$、$\overline{\boldsymbol{Q}}$、$\overline{\boldsymbol{U}^2}$ 分别为对应的下界和上界,当原约束为等式时,上下界中对应元素相等;自变量为:

$$
\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{e}^T, \boldsymbol{f}, \boldsymbol{ix}^T, \boldsymbol{iy}^T, \boldsymbol{s}_l^{PT}, \boldsymbol{S}_l^{QT}, \boldsymbol{s}_l^{UT}, \boldsymbol{s}_u^{PT}, \boldsymbol{S}_u^{QT}, \boldsymbol{S}_u^{UT}]^T
$$

假设所处理电力系统中节点个数为 n_0,则 $\boldsymbol{c}: R^{10n_0} \to R^{8n_0}$。

由式(13) 及 $A = \nabla \boldsymbol{c}(\boldsymbol{x})$,得到:

$$
A =
\begin{bmatrix}
\boldsymbol{G} & -\boldsymbol{B} & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\boldsymbol{B} & \boldsymbol{G} & 0 & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\boldsymbol{Ix} & \boldsymbol{Iy} & \boldsymbol{E} & \boldsymbol{F} & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\boldsymbol{Iy} & \boldsymbol{Ix} & \boldsymbol{F} & -\boldsymbol{E} & 0 & -\mathrm{I} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\boldsymbol{2E} & \boldsymbol{2F} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 \\
\boldsymbol{Ix} & \boldsymbol{Iy} & \boldsymbol{E} & \boldsymbol{F} & 0 & 0 & 0 & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 \\
-\boldsymbol{Iy} & \boldsymbol{Ix} & \boldsymbol{F} & \boldsymbol{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\boldsymbol{I} & 0 \\
\boldsymbol{2E} & \boldsymbol{2F} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\boldsymbol{I}
\end{bmatrix}
\tag{14}
$$

式中:$\boldsymbol{Ix} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{ix})$,$\boldsymbol{Iy} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{iy})$,$\boldsymbol{E} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{e})$,$\boldsymbol{F} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{f})$;矩阵 A 的规模为 $8n_0 \times 10n_0$,若令 N_1

表示系统节点导纳矩阵 Y 中非零元的个数(实际电力系统中往往 $N_1 \ll n_0 \times n_0$),则 A 中非零元个数为 $4N_1 + 28n_0$,系统规模越大,稀疏程度越高。

A 的非零元中有 $4N_1 + 8n_0$ 个位于分块矩阵 GB 或单位阵 I 中,这部分非零元为常数,在迭代计算中保持恒定;非零元中的其他部分直接取自状态变量 e、f、ix、iy 中的元素,在每次迭代中只需要进行 $20n_0$ 次赋值操作,没有更复杂的运算。可见 A 具有稀疏程度高,结构简单的特点。

下面推导 W 表达式,为表述简便令

$x = [e^T, f^T, ix^T, iy^T, s_l^T, s_u^T]^T$,其中 $s_l = [s_l^{PT}, s_l^{QT}, s_l^{UT}]$,$s_u = [s_u^{PT}, s_u^{QT}, s_u^{UT}]^T$。

由 $W = \nabla_{xx} L(x, \lambda, z_l, z_u)$,具体展开即:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial e \partial e} & \frac{\partial^2 L}{\partial e \partial f} & \frac{\partial^2 L}{\partial e \partial ix} & \frac{\partial^2 L}{\partial e \partial iy} & \frac{\partial^2 L}{\partial e \partial s_l} & \frac{\partial^2 L}{\partial e \partial s_u} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial f \partial e} & \frac{\partial^2 L}{\partial f \partial f} & \frac{\partial^2 L}{\partial f \partial ix} & \frac{\partial^2 L}{\partial f \partial iy} & \frac{\partial^2 L}{\partial f \partial s_l} & \frac{\partial^2 L}{\partial f \partial s_u} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial ix \partial e} & \frac{\partial^2 L}{\partial ix \partial f} & \frac{\partial^2 L}{\partial ix ix} & \frac{\partial^2 L}{\partial ix \partial iy} & \frac{\partial^2 L}{\partial ix \partial s_l} & \frac{\partial^2 L}{\partial ix \partial s_u} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial iy \partial e} & \frac{\partial^2 L}{\partial iy \partial f} & \frac{\partial^2 L}{\partial iy \partial ix} & \frac{\partial^2 L}{\partial iy \partial iy} & \frac{\partial^2 L}{\partial iy \partial s_l} & \frac{\partial^2 L}{\partial iy \partial s_u} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial s_l \partial e} & \frac{\partial^2 L}{\partial s_l \partial f} & \frac{\partial^2 L}{\partial s_l \partial ix} & \frac{\partial^2 L}{\partial s_l \partial iy} & \frac{\partial^2 L}{\partial s_l \partial s_l} & \frac{\partial^2 L}{\partial s_l \partial s_u} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial s_u \partial e} & \frac{\partial^2 L}{\partial s_u \partial f} & \frac{\partial^2 L}{\partial s_u \partial ix} & \frac{\partial^2 L}{\partial s_u \partial iy} & \frac{\partial^2 L}{\partial s_u \partial s_l} & \frac{\partial^2 L}{\partial s_u \partial s_u} \end{bmatrix}$$

求导之后得到:

$$W = \begin{bmatrix} 2D_U & 0 & I_G + D_P & -D_Q & 0 & 0 \\ 0 & 2D_U & -D_Q & I_G + D_P & 0 & 0 \\ I_G + D_P & -D_Q & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -D_Q & I_G + D_P & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

分块矩阵中

$$D_U = \mathrm{diag}(\lambda_{\underline{U}} + \lambda_{\overline{U}})$$
$$D_P = \mathrm{diag}(\lambda_{\underline{P}} + \lambda_{\overline{P}})$$
$$D_Q = \mathrm{diag}(\lambda_{\underline{Q}} + \lambda_{\overline{Q}})$$

都是对角矩阵,其中 $\lambda_{\underline{P}}$、$\lambda_{\underline{Q}}$、$\lambda_{\underline{U}}$、$\lambda_{\overline{P}}$、$\lambda_{\overline{Q}}$、$\lambda_{\overline{U}} \in R^{n_0}$,是等式约束拉格朗日乘子 λ 的分量,分别对应于式(13)中有功、无功、电压上下界等式约束;对角矩阵 I_G 的对角元对应发电机节点时,数值为 1,否则为 0。矩阵 W 为对称矩阵,规模为 $10n_0 \times 10n_0$,非零元个数为 $10n_0$,矩阵中非零元为常数或者直接取自变量 λ 中的元素。可见 W 也具有稀疏程度高、结构简单的特点。

由式(14)、式(15)知,在电流注入模型下约束方程的 Jacobian 矩阵和拉格朗日函数的 Hessian 矩阵都具有稀疏程度高、结构简单的特点,有助于加速最优潮流的求解。结合 A 和 W 的表达式,由最优潮流数学模型式(12)、式(13)和内点法基本原理式(8)至式(11),可以使用内点法求解最优潮流问题。

3 算 例

为验证本文中所提出的最优潮流方法的有效性,分别用 IEEE 标准系统、Polish system 实际数据和国内某实际电网的实际数据进行试验。

传统最小发电量最优潮流(直角坐标形式,以下简称为方法 1)以节点电压实部虚部 e、f 和节点有功无功注入 P、Q 作为状态变量;采用电流注入模型的最小发电量最优潮流(以下简称为方法 2),状态变量取为节点电压实部虚部 e、f 和节点注入电流实部虚部 ix、iy。两种最优潮流方法都通过使用数学程序包 IPOPT 进行内点法求解,该数学包实现了一种基于 Filter 集合的内点优化算法,具有很好的求解性能[16]。两种最优潮流方法的程序由 Java 语言编写,计算环境为 Intel Core(TM) i5 CPU M450 2.4 GHz 处理器,内存为 512 MB,操作系统为 Windows 7。

3.1 IEEE 标准系统和 Polish System 实际系统

测试系统包括 IEEE14、IEEE30、IEEE118、IEEE300、Pol2383(winter 1999 – 2000 peak),系统具体信息见表 1。测试起始点取为潮流解;可控设备为系统中可控发电机的有功出力、无功出力。设系统节点、发电机节点、负荷节点数分别为 N、N_G、N_L,则方法 1 和方法 2 的状态变量数分别为 $2N + 2N_G$ 和 $4N$,等式约束数分别为 $2N$ 和 $2N + 2N_L$,安全约束数均为 $N + 2N_G$。每个安全约束包括 2 个不等式约束,在方法 1 和方法 2 均引入 2 个松弛变量。

采用方法 1 与方法 2 的数值结果见表 2。由测试系统的数值结果可知,两种方法都能有效收敛,最优值相同;采用电流注入模型的内点法最优潮流,能够有效加快运算速度、减少计算时间,如 IEEE118 减少 17.6%,IEEE300 减少 20.97%,Pol2383 减少 9.14%。

表 1 测试系统信息

测试系统	节点数	可控发电机数	线路数	总变量数* (方法 1/方法 2)	总约束数* (方法 1/方法 2)
IEEE14	14	4	20	80/100	72/90
IEEE57	57	6	80	264/366	252/352
IEEE118	118	53	186	790/920	684/812
IEEE300	300	68	411	1608/2072	1472/1934
Pol2383	2383	326	2896	11488/15602	10836/14948

* 总变量包括状态变量和松弛变量,总约束包括等式约束和安全约束

表 2 数值测试结果

测试系统	方法	初始值/pu	最优值/pu	迭代次数	计算时间/ms
IEEE14	1	0.403	0.320	10	17.2
	2		0.320	10	14.7
IEEE57	1	8.004	6.400	11	38.8
	2		6.400	11	33.2
IEEE118	1	32.858	24.000	11	71.8
	2		24.000	11	59.2
IEEE300	1	232.054	222.927	22	321.7
	2		222.927	22	254.3
Pol2383	1	218.075	181.032	19	2087.4
	2		181.032	19	1896.7

3.2 输电网实际应用

将两种最优潮流方法应用于国内某实际电网,该系统中母线个数为 240,有 394 条线路和 67 台发电机,可控手段为发电机的有功出力、无功出力,方法 1/方法 2 的总变量数为 1362/1708,总约束数为 1228/1572。两种方法的计算结果见表 3,计算时间减少了 15.03%,两种方法下目标函数值随迭代次数的变化情况见图 1。从测试结果可以得出与 3.1 节相同的结论。

表 3 某实际系统测试结果

方法	初始值/MW	最优值/MW	迭代次数	计算时间/ms
1	11007.2	8817.3	11	129.60
2		8817.3	11	110.12

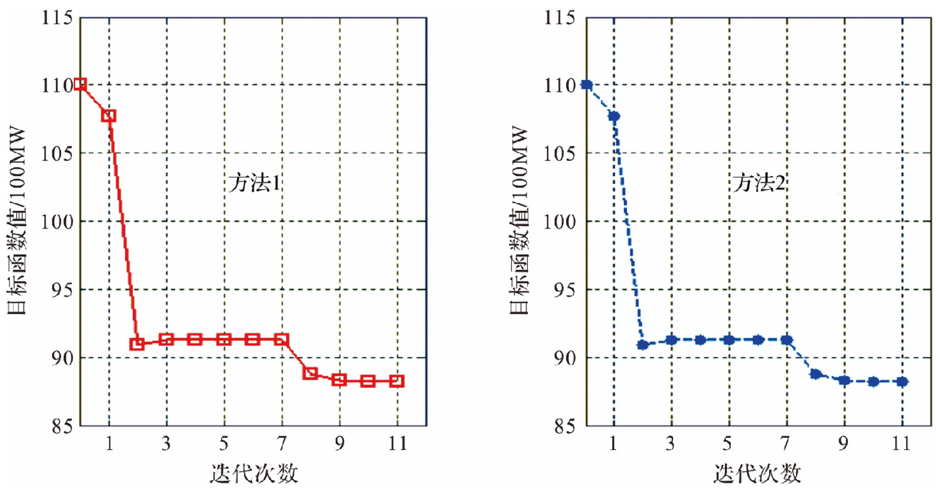

图 1 实际系统目标函数

4 结 论

本文中将电流注入模型应用于内点法最优潮流计算。该模型使用节点注入电流代替节点注入功率作为状态变量,约束方程的 Jacobian 矩阵和拉格朗日函数的 Hessian 矩阵具有稀疏程度高、

结构简单的特点，且形成 Jacobian 矩阵和 Hessian 矩阵只需要简单的赋值运算，能够有效加快运算速度。IEEE 标准系统、Polish System 实际系统和一个国内实际电力系统的数值测试结果验证了所提最优潮流计算方法的有效性。

在电流注入模型的最优潮流中考虑 LTC 变压器[15]和 FACTS 器件等，将是进一步的研究方向；还可以将电流注入模型应用到状态估计、配电网分析等电力系统分析计算中。

参考文献:

[1] 张伯明，陈寿孙. 高等电力网络分析[M]. 北京：清华大学出版社，1996.

[2] MOMOH J A，ADAPA R，El-HAWARY M E. A review of selected optimal power flow literature to 1993 (I)：Nonlinear and quadratic programming approaches[J]. IEEE Transactions on Power Systems，1999，14(1)：96－104.

[3] MOMOH J A，El-HAWARY M E，ADAPA R. A review of selected optimal power flow literature to 1993 (II)：Newton，linear programming and interior point methods[J]. IEEE Transactions on Power Systems，1999，14(1)：105－111.

[4] PANDYA K S，JOSHI S K. A survey of optimal power flow methods[J]. Journal of Theoretical and Applied Information Technology，2008，4(5)：450－458.

[5] WEI H，SASAKI H，KUBOKAWA J. An interior point nonlinear programming for optimal power flow problems with a novel data structure[J]. IEEE Transactions on Power Systems，1998，13(3)：870－877.

[6] WEI H，SASAKI H，YOKOYAMA R. An application of interior point quadratic programming algorithm to power system optimization problems[J]. IEEE Transactions on Power Systems，1996，11(1)：260－266.

[7] ZHANG X P，PETOUSSIS S G，GODFREY K R. Nonlinear interior-point optimal power flow method based on a current mismatch formulation[J]. Generation，Transmission and Distribution，IEE Proceedings，2005，152(6)：795－805.

[8] MOMOH J A，ZHU J Z. Improved interior point method for OPF problems[J]. IEEE Transactions on Power Systems，1999，14(3)：1114－1120.

[9] 覃智君，阳育德，吴杰康. 矢量化动态最优潮流计算的步长控制内点法实现[J]. 中国电机工程学报，2009，29(7)：52－58.

[10] 李　滨，李佩杰，韦　化，等. 基于现代内点算法的电力系统最优潮流在线应用软件的开发[J]. 现代电力，2009，26(3)：1－6.

[11] 江全元，耿光超. 含高压直流输电系统的内点最优潮流算法[J]. 中国电机工程学报，2009，29(25)：43－49.

[12] TORRES G L，QUINTANA V H. An interior-point method for nonlinear optimal power flow using voltage rectangular coordinates[J]. IEEE Transactions on Power Systems，1998，13(4)：1211－1218.

[13] 牛　辉，郭志忠. 电流注入模型的电力系统潮流计算[J]. 电网技术，1998，22(11)：39－41.

[14] 江全元，黄志光. 基于功率-电流混合潮流约束的内点法最优潮流[J]. 电力系统自动化，2009，33(12)：32－37.

[15] YAN W，YU J，YU D C. A new optimal reactive power flow model in rectangular form and its solution by predictor corrector primal dual interior point method[J]. IEEE Transactions on Power Systems，2006，21(1)：61－67.

[16] WÄCHTER A，BIEGLER L T. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming[J]. Mathematical Programming，2006，106(1)：25－57.

（责任编辑　丁丽霞）