

基于并行加速 LU 分解改进回路电流法的 配电网潮流算法

方睿¹, 董树锋¹, 朱炳铨², 徐奇锋², 宋永华³

(1. 浙江大学 电气工程学院, 浙江省 杭州市 310027;

2. 国网浙江省电力公司, 浙江省 杭州市 310007;

3. 澳门大学 电机及电脑工程系, 澳门特别行政区 999078)

Improved Loop-current-method Power Flow Algorithm for Distribution Network Based on Accelerated Parallel LU Decomposition

FANG Rui¹, DONG Shufeng¹, ZHU Bingquan², XU Qifeng², SONG Yonghua³

(1. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, Zhejiang Province, China;

2. State Grid Zhejiang Electric Power Corporation, Hangzhou 310007, Zhejiang Province, China;

3. Department of Electrical and Computer Engineering, University of Macau, Macau 999078, China)

ABSTRACT: With expansion of power system, the number of nodes in distribution network increases, and higher requirements are imposed on calculation speed and convergence of power flow algorithm for distribution network. Therefore, an improved loop-current-method power flow algorithm for distribution network based on accelerated parallel LU decomposition is proposed. The algorithm uses loop current method for modeling and solving. Sparse LU factorization with column pivoting is used to solve ill-conditioned linear equations, and column elimination tree, dependent column correction relations and multi-threaded computing principles are used for power flow algorithm to accelerate parallel power flow calculation. By analyzing the cases of distribution network with different scales, it is shown that the algorithm has fast calculation speed, strong applicability and low memory usage. It has obvious calculation advantages in large scale distribution network and meets the requirements of online power flow calculation in large scale distribution network.

KEY WORDS: loop current method; LU factorization with column pivoting; power flow calculation in distribution network; multi-threading

摘要:随着电力系统规模的不断扩大,配电网节点数越来越多,对配电网潮流算法的计算速度和收敛性提出了更高的要求。为此,提出一种基于并行加速 LU 分解改进回路电流法的配电网潮流算法,该算法采用回路电流法进行建模求解,利用列选主元 LU 分解法求解病态线性方程组,并根据列消去树、关联列修正关系和多线程计算原理设计了潮流算法,实现了潮流计算的多线程的并行加速。通过对不同规模的配电网算例进行分析,结果表明所提算法计算速度快、适用性

强、内存占用低,在大规模配电网潮流计算中有良好的计算效果,能够满足大型配电网在线潮流计算的要求。

关键词:回路电流法;列选主元 LU 分解法;配电网潮流计算;多线程

DOI: 10.13335/j.1000-3673.pst.2018.1797

0 引言

配电网潮流计算是配电网规划设计、运行优化、评估分析的基础。随着配电网规模的不断增大,配电网节点数增多,结构愈发复杂。同时,由于配电网中广泛存在三相不平衡的情况以及各类分布式电源的引入,系统待求未知量增多,计算量增大,对配电网快速大规模计算提出了更高的要求。在文献[1]中给出的配电网测试算例中已经出现了含有 8500 个节点的大型配电系统。因此,研究大规模配电网潮流的高效求解方法十分重要。

配电网潮流计算方法可以分为节点法和支路法。节点法是以节点电压和节点注入电流或注入功率为状态量进行求解,代表方法有 ZBus 法^[2]、YBus 法^[3]等。这类方法处理分支和环路的能力较强,但存在电压节点增多时收敛性变差的问题。支路法主要以支路电流或支路功率作为状态量,代表方法有前推回推法^[4]、回路阻抗法^[5]等。这类方法利用了配电网的网络结构,运算量较小且收敛性较好,计算速度较快。前推回推法因此被广泛运用,但其难以处理存在环路结构的配电网,同时对于引入分布式电源后配电网中较为常见的 PV 节点难以进行处

基金项目:国网浙江省电力公司科技项目(5211JH16000A)。

理。近年来,由于配电网中分布式电源的大量引入,使得传统的潮流计算方法难以继续运用,许多相关研究均考虑了分布式电源的有源配电网模型^[6-9]以及配电网三相不对称模型^[9-10]。

配电网中一般可以忽略馈线对地导纳和变压器对地支路,针对配电网弱环运行回路数较少的特点,回路分析法^[11-14]也被用于配电网潮流计算。回路分析法是一种以独立回路电流作为变量,代入基尔霍夫电压方程对电路进行求解的方法。对于辐射状或弱环状运行的多电压等级配电网,该方法都能很好地进行处理。文献[11]提出了一种基于回路法的前推回推潮流法,计算速度较快且回路处理能力强,但该方法必须事先计算出各个节点的节点注入电流,且需要确定环路分裂点,对于不同的分布式电源模型计算注入电流较为困难。文献[12]提出了一种考虑 PV 型分布式电源的基于回路分析法的配电网潮流算法,能够有效地处理含 PV 节点的配电网,收敛性较好,但对序阻抗矩阵进行了近似处理。文献[13]提出了一种基于回路电流法的有源配电网潮流算法,收敛性好,处理环路能力强,能够处理多种类型的负荷和分布式电源,但该方法线性方程组计算较为耗时,需要对稀疏线性方程组求解进行加速。文献[13]将其算法与文献[11]和文献[12]中提出的 2 种回路分析法进行了对比,算例分析证明文献[13]所提算法迭代次数更少,计算速度较快。

在上述研究的基础上,本文提出了一种基于并行加速 LU 分解改进回路电流法的配电网潮流算法。首先,采用文献[13]中所述的回路电流法数学模型,针对此模型中雅可比矩阵条件数较大的特点,提出了基于超节点的 LU 多列分解算法的解决思路。然后,基于列消去树、关联列修正关系和多线程计算原理对算法进行并行加速,存储并利用雅可比矩阵的结构信息减少计算量,提出基于并行加速 LU 分解改进回路电流法的配电网潮流算法。最后,通过算例分析对比计算时间、计算效率和加速比,验证本文算法的有效性。

1 基于回路电流法的配电网潮流计算模型

1.1 数学模型

首先,对配电网进行三相建模,忽略馈线和变压器对地导纳,将配电网系统看成是一个由顶点和支路组合而成的图。其中,图的各个支路对应系统中各类设备,如变压器绕组、馈线、并联电容、电压源、负荷等。利用广度优先搜索算法,根据给定的拓扑图形成树支和连支,每一条连支对应一个

基本回路,根据基本回路形成回路矩阵^[15]。列写回路 KVL 方程、变压器原副边电流方程、恒功率负荷功率平衡方程、恒电流负荷功率平衡方程,具体推导过程见文献[13],可得方程组

$$\begin{cases} \mathbf{BZB}^T \mathbf{I}_1 + (\mathbf{B}_{T1} - \mathbf{B}_{T2} \mathbf{N}_{T1}) \mathbf{U}_{T1} + \mathbf{B}_{L1} \mathbf{U}_{L1} + \\ \mathbf{B}_{L2} \mathbf{U}_{L2} - \mathbf{B}_0 \mathbf{U}_0 = \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{T2}^T \mathbf{I}_1 = \mathbf{N}_1 \mathbf{B}_{T1}^T \mathbf{I}_1 \\ \text{diag}(\mathbf{U}_{L1}) \mathbf{B}_{L1}^T \mathbf{I}_1^* - \mathbf{S}_L = \mathbf{0} \\ \text{diag}(\mathbf{U}_{L2}) \mathbf{B}_{L2}^T \mathbf{I}_1^* - |\mathbf{U}_{L2}| \cdot \mathbf{I}_{L2} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (1)$$

式中: \mathbf{B} 为回路矩阵; \mathbf{Z} 为阻抗矩阵;上标 T 表示矩阵的转置; \mathbf{I}_1 为回路电流复向量; \mathbf{B}_0 为馈线、恒阻抗、电容和电抗支路对应的部分; \mathbf{B}_{T1} 是为变压器原边支路对应的部分; \mathbf{B}_{T2} 是为变压器副边支路对应的部分; \mathbf{B}_{L1} 是为恒功率负荷支路对应的部分; \mathbf{B}_{L2} 是为恒电流负荷支路对应的部分; \mathbf{N}_{T1} 为常数矩阵,采用有名值计算时数值为原副边匝数比的倒数,采用标么值计算时数值均为 1; \mathbf{N}_1 为对角矩阵,采用有名值计算时其值为变压器匝数比,采用标么值计算时为单位阵; \mathbf{U}_0 对应电压源电压复向量,值为常数; \mathbf{U}_{T1} 为变压器原边支路对应的电压复向量; \mathbf{U}_{T2} 为变压器副边绕组对应的电压复向量; \mathbf{U}_{L1} 为恒功率负荷支路对应的电压复向量; \mathbf{U}_{L2} 为恒电流阻抗支路对应的电压复向量; $\text{diag}()$ 表示取对角矩阵,括号内向量作为对角线元素;上标*表示共轭; \mathbf{S}_L 为负荷功率组成的常复数向量; $|\mathbf{U}_{L2}|$ 表示 \mathbf{U}_{L2} 中元素取模后组成的向量; \mathbf{I}_{L2} 为恒电流负荷电流常复数向量,该向量第 k 个元素 $\mathbf{I}_{L2,k} = |\mathbf{I}_{L2,k}| \angle \varphi_{L2,k}$,其中 $|\mathbf{I}_{L2,k}|$ 为该负荷电流的幅值, $\varphi_{L2,k}$ 为其功率因数角; \cdot 表示 2 个维数相同向量取对应元素相乘后得到的向量。

将式(1)中所有复数矩阵(\mathbf{I}_1 、 \mathbf{U}_{T1} 、 \mathbf{U}_{L1} 、 \mathbf{U}_{L2} 、 \mathbf{Z})的实部和虚部分开,以 \mathbf{I}_1 、 \mathbf{U}_{T1} 、 \mathbf{U}_{L1} 、 \mathbf{U}_{L2} 的实部和虚部作为未知量,对式(1)进行线性化,使用牛顿-拉夫逊法求解,可得雅可比矩阵的如式(2)所示,其中上标 x 、 y 表示复数矩阵(复向量)的实部、虚部。每次迭代过程中计算式(1)的不平衡量。

对于主动配电网中常见的 DG 模型,增加 DG 支路电压和异步电机正序电压、负序电压、转差率作为状态变量,并在式(1)中增加 DG 相关方程式进行求解,具体模型和方程式见文献[13]。

1.2 修正方程组特征分析

利用牛顿-拉夫逊法进行迭代求解时,式(2)将作为线性方程组的系数矩阵。

$$J_{ac} = \begin{bmatrix} BZ^y B^T & -BZ^y B^T & B_{T1} - B_{T2} N_{T1} & 0 & B_{L1} & 0 & B_{L2} & 0 \\ BZ^y B^T & BZ^y B^T & 0 & B_{T1} - B_{T2} N_{T1} & 0 & B_{L1} & 0 & B_{L2} \\ N_r B_{T1}^T - B_{T2}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_r B_{T1}^T - B_{T2}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{diag}(U_{L1}^x) B_{L1}^T & \text{diag}(U_{L1}^y) B_{L1}^T & 0 & 0 & \text{diag}(B_{L1}^T I_1^x) & \text{diag}(B_{L1}^T I_1^y) & 0 & 0 \\ \text{diag}(U_{L1}^x) B_{L1}^T & -\text{diag}(U_{L1}^y) B_{L1}^T & 0 & 0 & -\text{diag}(B_{L1}^T I_1^x) & \text{diag}(B_{L1}^T I_1^y) & 0 & 0 \\ \text{diag}(U_{L2}^x) B_{L2}^T & \text{diag}(U_{L2}^y) B_{L2}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & \text{diag}(B_{L2}^T I_1^x - U_{L2}^x / |U_{L2}| \cdot I_{L2}^x) & \text{diag}(B_{L2}^T I_1^y - U_{L2}^y / |U_{L2}| \cdot I_{L2}^y) \\ \text{diag}(U_{L2}^x) B_{L2}^T & -\text{diag}(U_{L2}^y) B_{L2}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & \text{diag}(-B_{L2}^T I_1^x - U_{L2}^x / |U_{L2}| \cdot I_{L2}^x) & \text{diag}(B_{L2}^T I_1^y - U_{L2}^y / |U_{L2}| \cdot I_{L2}^y) \end{bmatrix} \quad (2)$$

由于方程(1)中回路电流方程和变压器绕组电流方程为线性方程。因此，其所对应的雅可比矩阵元素与状态变量无关，在迭代过程中不发生变化，更新雅可比矩阵的工作量较小，且易于并行。从式(2)中可以看出，线性方程组的阶数主要由回路个数、变压器支路边数和非恒阻抗负荷支路边数构成。同时，由于辐射或弱环状配电网所形成的回路较少，引入各状态变量后总体矩阵规模与传统节点电压法相当。传统的牛顿-拉夫逊法潮流计算中雅可比矩阵结构对称，与导纳矩阵有着相似的结构，且为对角占优矩阵，条件数小，适合采用文献[16]中的迭代法进行求解。但由于回路电流法采用的建模方式不同，式(2)中的雅可比矩阵不具有与传统方法相似的结构，为病态矩阵，且求解较为困难，主要体现在以下三点：

- 1) 雅可比矩阵元素数量级有较大差距，算法采用有名值进行计算，且各分块矩阵量纲不一，数值间差别过大。
- 2) 雅可比矩阵中变压器绕组电流方程所对应的对角元素恒为 0，其余对角元素都不为 0。因此，雅可比矩阵为非对角占优矩阵，难以进行不完全 LU 分解预处理，不适合使用迭代法。
- 3) 雅可比矩阵结构非对称，稀疏结构与回路矩阵密切相关。

因此，采用回路电流法形成的雅可比矩阵条件数很大，线性方程组求解方法的稳定性大大影响求解结果的正确性。

1.3 病态线性方程组求解思路

1) 由于雅可比矩阵条件数很大，求解方程组时解集对雅可比矩阵的系数高度敏感，解得的近似解可能与真实解相差过大。列选主元 LU 分解法是部分主元高斯消去法的一种变形，在消元过程中选取绝对值最大的元素为主元素，能够有效控制舍入误差的影响。因此，本文采用列选主元 LU 分解法进行计算，保证数值计算的稳定性。

2) 雅可比矩阵在每次迭代的过程中，结构保持不变。算法在求解前对雅可比矩阵进行预处理，存储并利用列消去树、列置换矩阵和上下三角分解

因子的结构信息，减少了每次分解的计算量，可以大大提升计算效率。在计算过程中，用多个小型稠密矩阵存储大型稀疏矩阵，可以减少存储空间且易于实现并行。

3) 为了进一步提高计算速度，算法采用并行计算架构对线性方程组求解进行加速。利用每次迭代过程中雅可比矩阵结构基本保持不变的性质，根据雅可比矩阵的列消去树能够进行多线程的任务分配。同时，关联列间采用流水线计算方式，能够保证多线程间的配合，减少线程等待时间，实现并行化计算。

下面将详细介绍上述思路的具体实现。

2 列选主元 LU 分解法

2.1 超节点基本单元结构

列选主元 LU 分解法采用置换矩阵对系数矩阵 A 的行列进行重排列，并进行 LU 分解，可以表示为

$$P_r A P_c^T = LU \quad (3)$$

式中： P_r 为行置换矩阵； P_c^T 为列置换矩阵； L 为下三角矩阵； U 为上三角矩阵。

在 LU 分解过程中，由于注入元的影响，存储将会占用更多内存。超节点结构用于存储 LU 分解后的分解因子，能够有效减少内存占用。同时，超节点在 LU 分解过程中作为整体进行计算，可以减少运算量和寻址开销。

系数矩阵 A 的某些列常常具有相同的稀疏结构，在进行 LU 分解后产生了注入元，相同稀疏结构的列可作为整体进行后续计算。超节点定义为具有相同稀疏结构的多个相邻列，可作为稠密矩阵进行运算，能够大幅提高计算速度。超节点的 4 种形式如附录 A 中所示。

2.2 基于超节点的 LU 多列分解算法

在上述求解线性方程组的过程中，LU 分解步骤最为耗时。超节点结构作为运算单元，在分解过程中相当于同时对单列多行进行修正，能够显著提高求解速度。为了同时能对多列多行进行修正，采用基于超节点的 LU 多列分解算法^[17]。

假设系数矩阵 A 已完成预处理操作,对预处理后的矩阵 A 进行 LU 分解。每次选取长度为 w 的多列 $F(:, j: j+w-1)$ 为修正对象,逐步对其进行修正。如图 1 所示,若前 $j-1$ 列已完成 LU 分解,并采用超节点结构进行存储,则已完成分解的前 $j-1$ 列 $F(:, 1: j-1)$ 可分为 3 个分块矩阵: $U(1: j-1, 1: j-1)$ 、 $L(1: j-1, 1: j-1)$ 和 $L(j-1: n, 1: j-1)$ 。由于各超节点稀疏结构的不同,部分超节点对当前修正对象 $F(:, j: j+w-1)$ 的修正量为 0,若先对其进行符号分解预测其稀疏结构,则可确定在前 $j-1$ 列中对 $F(:, j: j+w-1)$ 有修正作用的超节点。使用超节点对 $F(:, j: j+w-1)$ 修正完毕后,再采用单列分解的方式对 $F(:, j: j+w-1)$ 的每一列进行修正。

基于超节点的 LU 多列分解算法步骤以伪代码的形式给出,如图 2 所示。

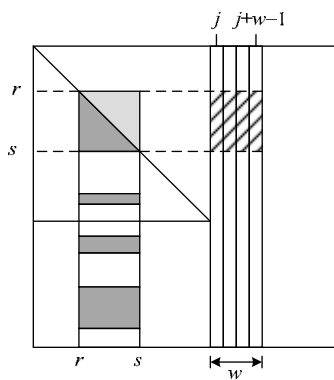


图 1 基于超节点的 LU 多列分解算法修正过程

Fig. 1 Correction step of LU multi-column decomposition algorithm

```

for j=1 to n step w do
  F(:, j: j+w-1) = A(:, j: j+w-1)
  (1)对F(:, j: j+w-1)进行符号分解,确定所有能够修正F(:, j: j+w-1)的超节点;
  (2)使用超节点对F(:, j: j+w-1)进行修正:
  for 所有能够修正F(:, j: j+w-1)的超节点 do
    U(r: s, j: j+w-1) = L(r: s, r: s) \ F(r: s, j: j+w-1);
    F(s+1: n, j: j+w-1) = F(s+1: n, j: j+w-1)
      - L(s+1: n, r: s) \ U(r: s, j: j+w-1);
  end for 超节点
  for jj=j to j+w-1 do
    (1)对F(j: n, jj)进行分列分解修正
    for 所有位于jj列之前的每一列jjj do
      U(jjj, jj) = L(jjj, jjj) \ F(jjj, jj)
      F(jjj+1: n, jj) = F(jjj+1: n, jj)
        - L(jjj+1: n, jjj) \ U(jjj, jj);
    end for jjj
    (2)对F(jj: n, jj)进行行交换选主元
    (3)判断jj列与jjj-1列的超节点结构关系
  end for jj
end for j

```

图 2 基于超节点的 LU 多列分解算法求解步骤

Fig. 2 Step of LU multi-column decomposition algorithm

基于超节点的 LU 多列分解算法将原本的稀疏矩阵运算拆分为多个小规模稠密矩阵运算,充分利用稀疏矩阵的结构特点,以超节点和连续的列作为运算单元,能够简化计算并提高计算速度,更易于并行处理。

3 配电网并行加速潮流算法

3.1 并行加速方法

基于超节点的 LU 多列分解算法可采用 CPU 进行并行计算。超节点和连续的 w 列作为运算单元,能够交由多线程进行同时计算。同时,各线程计算时相互配合可提高单个线程计算的效率。

1) 使用列消去树进行任务分配。

消去树是用图论表示下三角矩阵 L 的一种方式。列消去树中的每一个结点对应 L 中的每一列。定义消去树为

$$\text{parent}[j] = \min\{i > j \mid l_{ij} \neq 0\} \quad (4)$$

即每个节点 j 的父节点为 L 阵中第 j 列第一个非零非对角元的行号。在列消去树中,属于不同子树的列在 LU 分解过程中不会相互进行修正^[18]。因此,在 LU 分解前通过符号分解预测 L 的稀疏结构,生成列消去树,对不同子树进行同时计算,实现并行。

2) 关联列间的流水线计算方式。

对于相互间有修正作用的列,多线程间计算存在相互配合的问题。若 2 个线程 T1、T2 分别对列 j 和 k 进行修正,且在列消去树中 j 为 k 的子孙节点,则列 k 的修正会收到列 j 的影响,T2 必须等待 T1 工作完成。在此状况下,T2 可以进行与列 j 无关的运算,包括符号分解、使用其他子孙列进行修正。等 T1 工作完成后,T2 再使用列 j 进行修正。

3) 使用多线程计算矩阵元素。

牛顿-拉夫逊法迭代过程中需要计算雅可比矩阵元素和非线性方程偏差量,由于各行元素的计算互不干扰,串行计算效率较低,可以采用多线程分别进行计算。

3.2 算法步骤

在初次牛顿-拉夫逊法迭代过程中,形成雅可比矩阵结构较为耗时,但在网络结构确定的情况下,该步骤可以事先离线进行,并将结果进行保存。在线性方程组求解过程中,最耗时的部分为雅可比矩阵的求解。式(2)中的雅可比矩阵在每次迭代过程中,只更新与非恒阻抗负荷和 DG 对应的部分,更新工作量不大,且每次迭代过程中雅可比矩阵结构基本保持一致。因此,利用 LU 分解后的雅可比矩阵结构信息,可以大大加快后续求解的计算速度。

本文基于并行加速 LU 分解法设计了一种采用回路电流法进行配电网潮流计算的改进算法,具体算法如下:

1) 对配电网拓扑图进行广度优先遍历图,形成树支和连支,构造基本回路。根据基本回路,形成配电网回路矩阵 B 。

2) 设置迭代变量 I_k 、 U_{T1} 、 U_{L1} 、 U_{L2} 、DG 支路电压和异步电机正序电压、负序电压、转差率的初值,设置迭代次数 $k=0$ 。

3) 利用牛顿-拉夫逊法进行迭代计算,并行计算式(1)以及 DG 对应方程的不平衡量,并将计算结果的实部和虚部拆开依次组成列向量 b 。

4) 在式(2)中加入 DG 对应方程的雅可比元素,并行计算雅可比矩阵,记为矩阵 J 。

5) 将各迭代变量修正量的实部和虚部拆开,依次组成列向量记为待求向量 X ,解线性方程组:

$$JX = b \quad (5)$$

考虑到雅可比矩阵 J 的稀疏性和病态特征,采用并行加速 LU 分解法进行求解,求解步骤如下:

如果迭代次数 $k=0$,则

a) 对系数矩阵 J 进行预处理。预测 LU 分解因子的稀疏结构,对矩阵 J 进行列交换,增强 LU 分解因子的稀疏性,并存储此列置换矩阵。

b) 创建多线程,并初始化各线程状态。

c) 对矩阵 J 进行符号分解,生成并存储列消去树,使用多线程对矩阵 J 进行列选主元的并行 LU 分解,存储分解完后的 LU 矩阵结构信息。

如果迭代次数 $k>0$,则

a) 对系数矩阵 J 进行预处理。直接使用初次迭代时记录的列置换矩阵进行列交换。

b) 创建多线程,并初始化各线程状态。

c) 根据初次迭代时记录的列消去树和 LU 矩阵结构信息,使用多线程对矩阵 J 进行列选主元的并行 LU 分解。

三角方程组求解,即采用回代方式求解式(B5)得到 X 。

令残差 $r = JX - b$,若 r 不满足精度要求,则计算线性方程组 $Jd = r$ 并更新解为 $X = X - d$,反复迭代直到 r 满足精度要求为止。

6) 求出的向量 X 包含了各迭代变量修正量的实部和虚部,更新各迭代变量。

7) 判断连续两次计算之间的修正量是否满足收敛精度条件,若是,则计算结束;否则,令 $k = k+1$,若已达到预设的最大迭代次数则认为计算不收敛,

否则,转至步骤 3)。

4 算例分析

为了验证本文算法的有效性,本文对于不同节点数的算例进行测试。其中,CASE69 是美国 PG&E 69 节点配电系统算例^[19],CASE123 和 CASE1098 是 IEEE PES 配电系统测试算例^[1](其中 CASE1098 是 IEEE PES 8500 节点将低压负荷简化为恒功率节点之后的配电网)。为了充分模拟大规模配电网算例,对 CASE123 算例进行拼接,将多个 CASE123 算例的根节点合并得到算例 CASE4881、CASE9761 和 CASE14641。所有算例均在 64bit 的 Ubuntu 16.04 LTS 操作系统下测试,CPU 型号为 Intel Core i7-7700K,运行内存 32 GB,测试语言为 Java,采用 Pthread 接口对多线程进行维护。算例中,回路电流法的迭代精度取 0.01,最大迭代次数设置为 50。

4.1 状态变量个数对比

系统状态变量个数的直接决定了建模方法的求解规模。因此,使用本文算法和直角坐标下的传统三相牛顿-拉夫逊潮流算法测试各算例的状态变量个数,计算结果如表 1 所示。

从表 1 中可以看出,与传统的三相牛顿-拉夫逊法进行相比,本文所用的算法没有增加求解问题的规模。除了 CASE69 以外,其余算例中本文算法的求解规模要比传统牛拉法更小一些,这是由于辐射状或弱环状配电网形成的回路数不多,整体方程阶数不会过大。算例结果表明,本文采用回路电流法进行建模,虽然选取了多种状态变量,但整体求解规模没有增加。

表 1 本文算法与传统算法的状态变量个数比较
Tab. 1 Comparison of the number of state variables between traditional algorithm and algorithm in this paper

算例	顶点数	边数	本文算法状态变量个数	传统牛拉法状态变量个数
CASE69	208	351	576	414
CASE123	242	338	346	482
CASE1098	1703	2252	2182	3404
CASE4881	9524	13 403	13 840	19 046
CASE9761	19 044	26 803	27 680	38 086
CASE14 641	28 564	40 203	41 520	57 126

4.2 求解算法计算用时对比

为了验证本文方法的有效性,对各算例进行求解速度测试。测试算例中,潮流算法均选用文献[13]中所用的回路电流法,线性方程组求解算法采用本文方法、MATLAB 和 Colt 高性能求解库^[20]进行对比分析。其中,本文方法采用 5 线程进行并行加速;

MATLAB 在底层使用 Intel Math Kernel Library (MKL)执行线性代数计算,计算速度较快;Colt 是成熟的 Java 高性能科学计算工具,广泛用于数值计算。计算结果如表 2 所示。各算法计算时间比较见图 3。

从表 2 中看出,各算例迭代过程中形成的雅可比矩阵条件数平均值很大,病态性很强。在规模较小的配电系统中,使用 MATLAB 计算速度较快;当配电系统节点规模到达 4000 左右时,本文采用的算法计算速度更快,且随着规模逐渐增大,计算速度优势越来越明显。这是由于配电规模较小时,多线程之间的调度开销所占比重较高,并行计算优势难以体现。同时,从表 2 中也可以看出,采用 Colt 计算线性方程组均无法成功进行计算,这是因为回路电流法计算得出的雅可比矩阵条件数较大,Colt 难以进行处理。算例结果表明,本文采用的算法能够良好地处理病态问题,且随着配电系统规模的增大计算速度较快,有明显优势。

表 2 各算法计算时间计算结果
Tab. 2 Calculation results of calculation time of various algorithms

算例	顶点数	边数	雅可比矩阵条件数均值/ 10^5	本文算法用 时/ms	MATLAB B 计算用 时/ms	Colt 计 算用 时/ms
CASE69	208	351	9.92	37	16	—
CASE123	242	338	6.53	36	19	—
CASE1098	1703	2252	70.1	60	58	—
CASE4881	9524	13 403	6.53	207	273	—
CASE9761	19 044	26 803	6.53	409	996	—
CASE14641	28 564	40 203	6.53	657	1420	—

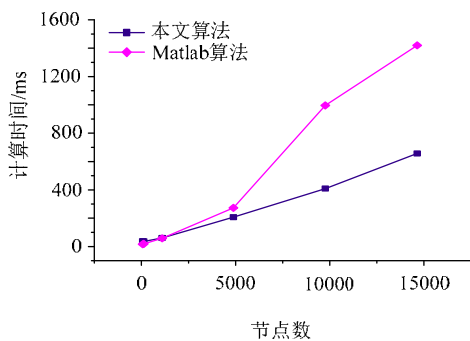


图 3 各算法计算时间比较
Fig. 3 Comparison of calculation time of various algorithms

4.3 与前推回推法计算用时的对比

前推回推法是一种目前被广泛运用的配电网潮流计算方法,它运算简单、收敛性好且节省内存。为了验证本文方法的快速性,在迭代次数和计算时间上与前推回推法进行对比,计算结果如表 3 所示。其中,算例 CASE123_ON 是将 CASE123 中所有开

关闭合得到的算例,该网络结构中含有 3 个环。

从表 3 中可以看出,本文所用方法相比于前推回推法,迭代次数更少,在配电网规模较大时计算速度略快。由于算例 CASE4881、CASE9761 和 CASE14 641 是 CASE123 拼接而成,因此迭代次数相同。在 CASE123_ON 中,网络中含有 3 个环,导致计算前推回推法计算结果不收敛,而本文算法处理环路能力很强,没有因为环状网络而增加迭代次数和计算时间。前推回推法本身是一种计算速度很快的潮流算法,算例结果表明,本文算法能够略快于前推回推法,证明了本文算法的快速性。

表 3 本文算法与前推回推法计算用时比较
Tab. 3 Comparison of calculation time between back/forward sweep method and algorithm in this paper

算例	迭代次数		计算时间/ms	
	前推回推法	本文方法	前推回推法	本文方法
CASE69	7	4	32	37
CASE123	5	4	36	36
CASE123_ON	不收敛	4	不收敛	33
CASE1098	8	5	68	60
CASE4881	5	4	231	207
CASE9761	5	4	455	409
CASE14641	5	4	689	657

4.4 收敛性分析

配电网由于其辐射状的特点,在重载时会导致节点电压偏低,可能会影响算法的收敛性。为了验证本文方法有较好的收敛性,对重载算例进行求解收敛性测试。测试算例中,CASE13 本身负荷相对较大,属于重载情况。对 CASE123 及其拼接算例,根据变电站额定容量,将所有负荷增大至原来的 1.3 倍,构造重载配电网算例。计算结果如表 4 所示。

从表 4 中可以看出,在重载情况下,本文算法的迭代次数并没有受到影响,保持在较少的水平,且重载时对于计算时间也没有明显的影响。算例结果表明,本文算法收敛性好,不受配电网负荷大小的影响。

表 4 轻载与重载情况下的算法收敛性比较
Tab. 4 Comparison of algorithm convergence between light load and high load

算例	迭代次数		计算时间/ms	
	轻载	重载	轻载	重载
CASE13	—	4	—	15
CASE123	4	4	36	41
CASE4881	4	4	231	240
CASE9761	4	4	455	449
CASE14641	4	4	689	703

4.5 并行加速比分析

为了测试并行加速 LU 分解法的加速效果,采用串行算法和本文算法进行比较,验证并行算法的

有效性。本文方法采用 5 线程进行并行加速，测试结果如表 5 所示。从表 5 中可以看出，并行算法实现了加速，且随着算例规模的增大加速比逐渐增加。在线性方程求解过程中，各关联列间采用流水线计算方式，若相互间有修正作用的列较多，则线程会存在较多等待时间，且列消去树中子树越少并行效果越差，这些因素影响了并行计算的效率。同时，程序中还存在较多串行代码，影响了加速比和计算效率。当算例较大时算法优势得以体现。

表 5 串并行算法计算时间比较
Tab. 5 Comparison of calculation time between serial algorithm and parallel algorithm

算例	并行算法 用时/ms	串行算法用时/ms	加速时间/ms	加速比
CASE69	37	50	13	1.351
CASE123	36	53	17	1.472
CASE1098	60	91	31	1.517
CASE4881	207	375	168	1.812
CASE9761	409	780	371	1.907
CASE14 641	657	1370	713	2.085

对本文算法采用不同线程数加速的效果进行了测试，结果如表 6 所示。从表 6 中可以看出，当配电网规模较小时，线程数为 2 计算速度最快。此时，线性方程组阶数低，多线程调度开销占比较大，线程数增多将会影响计算效率。当配电网规模较大时，线程数为 5 计算速度最快。此时，多线程调度开销占比下降，大规模配电网计算效率最高，加速比最大。当线程数继续增大时会带来太多不必要的线程切换开销，计算效率逐渐降低。

4.6 内存占用测试

LU 分解过程中若产生过多非零元，在配电系统规模过大时将会耗费过多内存。本文算法在计算过程中采用压缩列矩阵格式对稀疏矩阵进行存储，节省存储空间。对各算例进行内存占用峰值测试。本文算法内存占用情况见表 7。

从表 7 中可以看出，在配电网节点数达到 15 000 级别左右时，算法内存占用仅为 834 MB，对内存容量要求较低。总体看来，本文算法在计算过程中能够控制非零元的注入，无需占用过多内存空间。

表 6 不同线程数计算时间比较
Tab. 6 Comparison of calculation time of various threads

算例	计算用时/ms							
	单线 程	2 线 程	3 线 程	4 线 程	5 线 程	6 线 程	7 线 程	8 线 程
CASE69	50	35	35	40	37	48	64	71
CASE123	53	34	39	39	36	49	65	64
CASE1098	91	72	65	64	60	69	87	93
CASE4881	375	287	226	242	207	252	257	298
CASE9761	780	635	562	503	409	504	556	638
CASE14641	1370	920	801	755	657	816	880	924

表 7 本文算法内存占用
Tab. 7 Memory usage of the algorithm in this paper

算例	顶点数	边数	内存占用峰值/MB
CASE69	208	351	66
CASE123	242	338	66
CASE1098	1703	2252	98
CASE4881	9524	13 403	192
CASE9761	19 044	26 803	526
CASE14641	28 564	40 203	834

5 结论

随着配电网规模的不断增大，结构愈发复杂，且分布式电源的大量接入也给配电网潮流计算带来了新的挑战。为此，本文以回路电流法为基础，提出一种基于并行加速 LU 分解改进回路电流法的配电网潮流算法，该算法具有以下特点：

- 1) 算法采用回路电流法进行建模，处理环路能力强，收敛性好，能够处理各类 DG 模型，更新雅可比矩阵工作量小，但雅可比矩阵为病态矩阵。
- 2) 解线性方程组采用列选主元 LU 分解法，对病态矩阵处理能力强，且每次迭代均可重用雅可比矩阵结构，计算效率高。
- 3) 算法采用并行计算架构实现加速，根据列消去树、关联列修正关系和多线程计算原理，线程间相互配合，计算速度快。
- 4) 算法能够处理多种类型的负荷模型和分布式电源模型，通用性强。

算例分析表明，本文算法计算速度快，在大规模配电网潮流计算中具有优势，且占用内存少，能够满足大型配电网在线潮流计算的要求。在未来的研究中将考虑利用 GPU 进行并行加速，以达到更好的计算效果。

附录见本刊网络版(<http://www.dwjs.com.cn/CN/volumn/current.shtml>)。

参考文献

- [1] Distribution Test Feeder Working Group . Distribution test feeders [EB/OL] .(2013-08-05)[2016-01-12] .<http://sites.ieee.org/pes-testfeeders/> .
- [2] Chen T H , Chen M S , Hwang K J , et al . Distribution system power flow analysis; a rigid approach[J] . IEEE Transactions on Power Delivery , 1991 , 6(3) : 1146-1152 .
- [3] Moon Y H , Choi B K , Cho B H , et al . Fast and reliable distribution system load flow algorithm based on the Y BUS , formulation[C]// Power Engineering Society Summer Meeting . Edmonton , Alta , Canada : IEEE , 1999 : 238-242 .
- [4] Shirmohammadi D , Hong H W , Semlyen A , et al . A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks[J] . IEEE Transactions on Power Systems , 1988 , 3(2) : 753-762 .
- [5] Goswami S K , Basu S K . Direct solution of distribution systems [J] . Generation Transmission & Distribution IEE Proceedings C ,

- 1991, 138(1): 78-88.
- [6] 丁明, 郭学凤. 含多种分布式电源的弱环配电网三相潮流计算[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(13): 35-40.
Ding Ming, Guo Xuefeng. Three-phase power flow for the weakly meshed distribution network with the distributed generation[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(13): 35-40(in Chinese).
- [7] 孙充勃, 李鹏, 王成山, 等. 含多直流环节的混合结构有源配电网潮流计算方法[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(21): 59-65.
Sun Chongbo, Li Peng, Wang Chengshan, et al. A novel power flow algorithm for active distribution system with multiple DC components[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(21): 59-65(in Chinese).
- [8] 陈璨, 吴文传, 张伯明, 等. 考虑光伏出力相关性的配电网概率潮流[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(9): 41-47.
Chen Can, Wu Wenchuan, Zhang Boming, et al. Probabilistic load flow of distribution network considering correlated photovoltaic power output[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(9): 41-47(in Chinese).
- [9] 赵晶晶, 李新, 许中. 含分布式电源的三相不平衡配电网潮流计算[J]. 电网技术, 2009, 33(3): 94-98.
Zhao Jingjing, Li Xin, Xu Zhong. Calculation of three-phase unbalanced power flow in distribution network containing distributed generation[J]. Power System Technology, 2009, 33(3): 94-98(in Chinese).
- [10] 董雷, 郭新志, 陈乃仕, 等. 应用改进序分量法的主动配电网不平衡潮流计算[J]. 电网技术, 2016, 40(7): 2113-2119.
Dong Lei, Guo Xinzhi, Chen Naishi, et al. Calculation of unbalanced power flow in active distribution networks based on improved sequence components[J]. Power System Technology, 2016, 40(7): 2113-2119(in Chinese).
- [11] 吴文传, 张伯明. 配网潮流回路分析法[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(3): 67-71.
Wu Wenchuan, Zhang Boming. Study on loop analysis theorem of distribution system power flow[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(3): 67-71(in Chinese).
- [12] 李红伟, 张安安. 含 PV 型分布式电源的弱环配电网三相潮流计算[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(4): 128-135.
Li Hongwei, Zhang Anan. Three-phase power flow solution for weakly meshed distribution system including PV type distributed generation[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(4): 128-135(in Chinese).
- [13] 董树锋, 章杜锡, 周飞, 等. 一种基于回路电流法的有源配电网潮流算法[J]. 电力自动化设备, 2018, 38(2): 9-17.
Dong Shufeng, Zhang Duxi, Zhou Fei, et al. A loop-current-based power flow algorithm for active distribution networks[J]. Electric Power Automation Equipment, 2018, 38(2): 9-17(in Chinese).
- [14] 牛焕娜, 井天军, 李汉成, 等. 基于回路分析的含分布式电源配电网简化潮流计算[J]. 电网技术, 2013, 37(4): 1033-1038.
Niu Huanna, Jing Tianjun, Li Hancheng, et al. Simplified power flow calculation for distribution network with distributed generation based on loop analysis[J]. Power System Technology, 2013, 37(4): 1033-1038(in Chinese).
- [15] 周庭阳, 张红岩. 电网络理论: 图论方程综合[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008: 7-8.
- [16] 唐坤杰, 董树锋, 宋永华. 基于不完全 LU 分解预处理迭代法的电力系统潮流算法[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(S1): 55-62.
Tang Kunjie, Dong Shufeng, Song Yonghua. Power flow algorithm based on an iterative method with incomplete LU decomposition preconditioning[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(S1): 55-62(in Chinese).
- [17] Demmel J W, Eisenstat S C, Gilbert J R, et al. A supernodal approach to sparse partial pivoting[J]. Siam Journal on Matrix Analysis & Applications, 2006, 20(3): 720-755.
- [18] Demmel J W, Gilbert J R, Li X S. An asynchronous parallel supernodal algorithm for sparse gaussian elimination[J]. Siam Journal on Matrix Analysis & Applications, 1997, 20(4): 915-952.
- [19] Civanlar S, Grainger J J, Yin H, et al. Distribution feeder reconfiguration for loss reduction[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1988, 3(3): 1217-1223.
- [20] European organization for nuclear research[EB/OL]. (2004-09-09) [2018-03-26]. <http://dst.lbl.gov/ACSSoftware/colt/>.



方睿

收稿日期: 2018-08-01。

作者简介:

方睿(1995), 男, 硕士研究生, 研究方向为状态估计和电力系统高性能计算方法, E-mail: garrybest@foxmail.com;

董树锋(1982), 男, 通信作者, 博士, 副教授, 研究方向为状态估计和有源配电网分析, E-mail: dongshufeng@zju.edu.cn.

(责任编辑 徐梅)

附录 A

对式(3)中的 L 和 U , 定义矩阵 F 作为存储 LU 分解结果的矩阵 :

$$F = L + U - I \quad (A1)$$

如图 A1 中所示, 超节点有以下 4 种形式^[21] :

a. 对角块 $F(r:s, r:s)$ 完全稠密。除对角块外, 下三角矩阵 L 的 r 至 s 列具有相同的稀疏结构, 上

三角矩阵 U 的 r 至 s 行具有相同的稀疏结构。

b. 下三角矩阵 L 的下三角对角块完全稠密。除对角块外, 下三角矩阵 L 的 r 至 s 列具有相同的稀疏结构。

c. 对角块 $F(r:s, r:s)$ 完全稠密。除对角块外, 下三角矩阵 L 的 r 至 s 列具有相同的稀疏结构。

d. 相邻列 $F(:, r:s)$ 具有相同的稀疏结构。

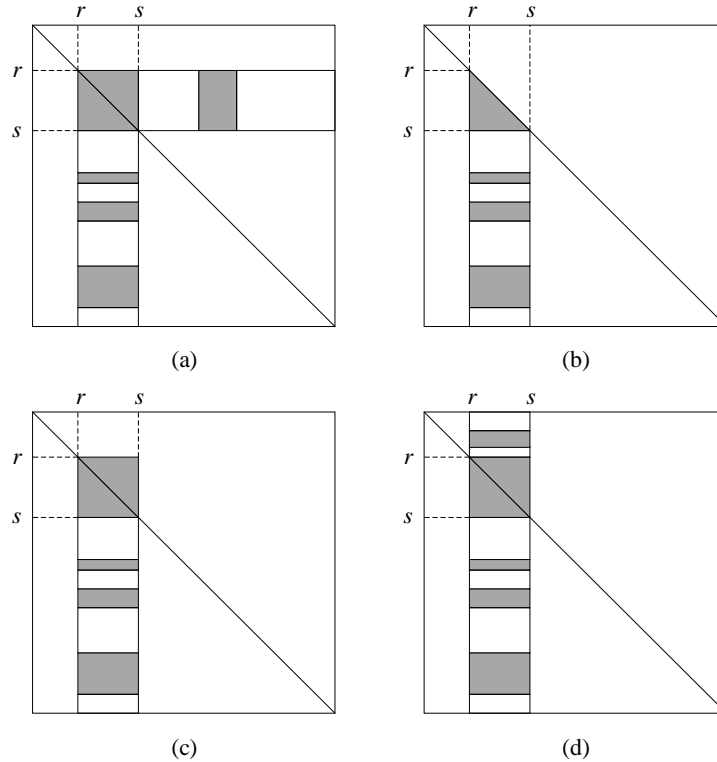


图 A1 超节点结构的 4 种形式

Fig. A1 Four types of supernode structure

参考文献

[M] . Berkeley : University of California , 1996 : 12-15 .

[1] Li X S . Sparse gaussian elimination on high-performance computers