

基于供电环路非连通条件的配电网辐射状约束描述方法

徐成司¹, 董树锋¹, 朱嘉麒¹, 朱炳铨², 徐立中²

(1. 浙江大学电气工程学院, 浙江省杭州市 310027; 2. 国网浙江省电力有限公司, 浙江省杭州市 310027)

摘要: 配电网的辐射状拓扑结构是在对配电网问题的分析中需要考虑的重要约束条件,但是目前描述配电网拓扑的数学模型都较为复杂,影响了问题求解的效率。为了能够在对配电网辐射状约束进行等价描述的同时减小其模型的规模和复杂度,提出了一种基于供电环路非连通条件的配电网辐射状约束描述方法。首先利用配电网供电环路的概念,提出配电网满足辐射状拓扑的充分必要条件。同时,提出一种搜索配电网中所有供电环路的算法。然后给出一种路径状态与支路状态相互之间线性转换的方法。最后,将所提方法应用于配电网的故障恢复重构问题中,采用 IEEE 标准配电系统和某省会城市的实际配电网算例,对比不同辐射状约束描述方法的计算性能,验证所提方法的高效性和实用性。

关键词: 供电环路; 辐射状约束; 环路搜索; 故障恢复重构; 配电网

0 引言

目前,国内外配电网大多采用以辐射状结构运行的分区供电方式,这在配电网重构和规划等问题的求解中是需要考虑的一个难点^[1-2]。为了避免或减少在配电网问题求解中不可行解的产生,很多学者对配电网保持辐射状结构所需满足的约束条件展开了研究^[3],提出了多种数学模型。

文献[4-6]提出采用生成树模型来描述配电网的辐射状拓扑,引入的约束为令网络中除变电站节点外的其他节点有且仅有一个父节点,该模型中的变量个数为网络中支路数量的3倍,求解问题的规模较大。文献[7-8]提出采用网络潮流平衡约束来保证配电网的连通性,但潮流约束并非网络连通性的充分条件,限制了模型的通用性。文献[9]在潮流约束的基础上,提出为所有非变电站节点额外注入一个较小功率,该方法会在计算结果中引入误差。文献[10]提出了一种虚拟需求模型,即令除变电站节点外的其他节点均有一个单位的虚拟需求,虚拟需求仅由变电站节点提供,从而建立虚拟潮流约束,以保证网络的连通性。该模型所需变量个数为支路数量的2倍,且虚拟潮流需要与实际的支路状态建立约束关系,模型的规模较大。文献[11-12]提出的

约束为令网络的每个环路中至少有一个支路开关是断开的,以避免环式供电,但仅用该条件网络中可能出现孤岛。文献[13-15]提出将配电网辐射状约束等价表述为对网络中任意一个负荷节点,其所有的供电路径中有且仅有一条是连通的。该方法用到的供电路径数量随环路的增加呈指数趋势增长,当网络中的环路较多时,路径数量庞大,路径搜索算法及优化问题求解的效率较低。

配电网由于其体量大,通常采用分区化的方法进行规划^[16]。在分析配电网问题时通常也是对各分区分别进行计算,并对网络做适当的简化^[15],以提高计算效率。但对于配电网中一些较为复杂的问题,如文献[14]中的 $N-1$ 可装机容量优化计算,仅求解单个分区就需要数十秒时间。一个城市配电网的供电分区数量可达数百甚至上千,为了提高分析计算的效率,改进配电网辐射状约束的描述方法,降低配电网问题数学模型的复杂度具有实际意义。

在上述研究的基础上,本文提出一种基于供电环路非连通条件的配电网辐射状约束描述方法,利用供电环路的概念实现对配电网辐射状约束的等价描述,同时有效地减小数学模型的复杂度。考虑到利用路径概念可对很多配电网问题进行较为直观的描述,本文提出了路径状态与支路状态相互线性转换的方法,使采用路径进行描述的配电网问题也能够应用本文模型,既保留了文献[13-15]成果的问题描述能力,又减小了问题求解的难度。

收稿日期: 2018-09-04; 修回日期: 2019-03-27。

上网日期: 2019-05-16。

国家电网公司科技项目(52110418000M)。

1 供电环路和辐射状约束描述方法

1.1 配电网辐射状约束描述方法

文献[7]证明了配电网的网络拓扑若满足如下2个条件,则为辐射状的。

条件 1:网络是连通的。

条件 2:网络中有 $N - N_s$ 条闭合的支路。其中 N 和 N_s 分别为网络中的节点总数和电源数量。

文献[4-10]提出的配电网辐射状拓扑的潮流约束模型、生成树模型以及虚拟需求模型都是基于上述2个条件推导得到。以图中所有的支路状态为变量,则条件2可用式(1)简洁地表示。

$$\sum_{b=1}^B x_b = N - N_s \quad (1)$$

式中: B 为配电网中的支路总数; b 为支路序号, $b=1,2,\dots,B$; x_b 为第 **b** 条支路的状态,当支路闭合时值为1,当支路断开时值为0。

但是条件1涉及网络的连通性,这是一个与网络整体相关的性质,较难用简单的方式进行描述。因此文献中根据条件1提出的数学模型都比较复杂,如生成树模型^[4-6]为每条支路引入了两个变量,用于表示支路两端的节点各自是否为对方的父节点即节点的层级关系,从而将条件1用式(2)、式(3)和式(4)表示。

$$\sum_{n_i \in \Omega_s, n_j \in \Gamma_i} \alpha_{ij} = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{n_i \in \Omega_u, n_j \in \Gamma_i} \alpha_{ij} = 1 \quad (3)$$

$$\alpha_{ij} + \alpha_{ji} = x_b \quad (4)$$

式中: n_i 和 n_j 分别为第 **b** 条支路两端的节点; α_{ij} 为引入的二值变量,在配电网的树状结构中当节点 n_j 为节点 n_i 的父节点时值为1,否则为0; Ω_s 为网络中的电源节点集合; Ω_u 为网络中的负荷节点集合; Γ_i 为节点 n_i 的邻接节点集合。

虚拟需求模型^[10]中假设每个负荷节点都有1单位的虚拟需求,仅有电源节点能够提供虚拟需求,进而为每条支路引入一个表示虚拟需求流量的变量,将条件1用式(5)、式(6)和式(7)表示。

$$v_{ij} = -v_{ji} \quad (5)$$

$$\sum_{n_i \in \Omega_u, n_j \in \Gamma_i} v_{ji} = 1 \quad (6)$$

$$-x_b N \leq v_{ij} \leq x_b N \quad (7)$$

式中: v_{ij} 为节点 n_i 流向节点 n_j 的虚拟流量。

供电路径模型^[13-15]将网络的连通性用如下两个条件进行表述:①对于网络中任意一个负荷节点,其供电路径集合中有且仅有一条路径是连通的;②若

某条供电路径为连通的,则包含在该供电路径内的任意供电路径也是连通的。利用上述条件可将网络的辐射状约束用式(8)和式(9)表示。

$$\sum_{\zeta_p \in \Pi_i} W_p = 1 \quad (8)$$

$$W_p \leq W_q \quad (9)$$

式中: p 为供电路径序号, $p=1,2,\dots,P$, P 为网络中的供电路径总数; W_p 为网络中第 **p** 条路径的状态,当路径连通时值为1,当路径断开时值为0; ζ_p 为网络中第 **p** 条路径; Π_i 为节点 n_i 的供电路径集合; W_q 为第 **q** 条路径的状态,满足 $\zeta_q \subset \zeta_p$ 。

根据条件1建立的网络模型中,引入额外变量的作用仅为描述配电网拓扑,其本身并无实际物理意义。针对难以给出条件1的简单数学公式描述的问题,本文换用不同条件建立辐射状约束描述模型。

1.2 基于供电环路非连通条件的辐射状约束描述

为了使配电网辐射状约束描述方法不受具体网络或问题的影响,从图论的角度出发,提出满足辐射状拓扑约束的充分必要条件。首先给出配电网中供电环路的概念。文献[17]指出合上配电网中某个联络开关将形成环路,再拉开环路中的某个分段开关可使网络保持辐射状。为了与图论中的环路相区别,本文将文献[17]的环路称为供电环路,并给出其具体的含义,它包含有如下3类对象:①网络中不包含电源的环路;②网络中包含一个电源的环路;③2个电源之间的路径。

利用上述概念建立一种基于供电环路非连通条件的配电网辐射状约束模型。本文将条件3即供电环路的非连通条件,作为辐射状拓扑需要满足的条件之一,进而给出命题1。

条件 3:网络中不存在连通的供电环路。

命题 1:配电网的网络拓扑满足辐射状的充分必要条件为条件2和条件3。

条件3可用式(10)所示的数学公式表示。

$$\sum_{m=1}^{M_l} x_{lm} \leq M_l - 1 \quad (10)$$

式中: M_l 为第 **l** 个供电环路中的支路数量, $l=1,2,\dots,L$, L 为网络中供电环路总数; x_{lm} 为第 **l** 个供电环路中的第 **m** 条支路的状态。

附录A中给出了命题1的证明,根据该命题,则配电网的辐射状约束条件可以由式(1)和式(10)等价描述。

1.3 基于供电环路的方法特点

基于供电环路非连通条件描述配电网辐射状约束的数学模型为式(1)和式(10),其中的变量为网络

中所有的支路状态,约束方程数量为 $L+1$ 。将该模型与生成树模型、虚拟需求模型等基于条件 1 和条件 2 得到的模型对比,表 1 列出了不同模型的变量个数、变量类型和约束方程数量。

表 1 不同辐射状约束描述方法的数学模型对比
Table 1 Comparison of mathematical models for different description methods of radial constraints

模型	变量个数	变量类型	约束方程数
本文模型	B	支路状态	$L+1$
生成树模型	$3B$	支路状态、节点层级关系	$B+N$
虚拟需求模型	$2B$	支路状态、支路虚拟流量	$2B+N+1$
供电路径模型	P	供电路径状态	$N+P-2N_s$

由表 1 可得与生成树模型和虚拟需求模型相比,本文模型的变量个数更少。由于配电网通常为弱环网,供电环路数量少于支路或节点的数量,因此本文模型的约束方程数量也更少。

支路数量和供电路径数量满足关系 $B \leq P$, 当且仅当网络中不存在供电环路时等号成立。因此与基于供电路径的模型相比,本文模型的变量个数通常更少,在网络中供电环路数量较多时尤为明显。若某供电环路的长度为 $E (E > 1)$, 则末端支路在该供电环路上的供电路径数量至少为 $2a(E-1) > 1$ 或 $aE > 1$ (分别对应供电环路中的 2 类对象), 其中 $a (a \geq 1)$ 为恰好在末端节点到达该供电环路的供电路径数量,可见一条供电环路总是对应多条供电路径。另外网络中不包含在供电环路中的部分支路也可构成供电路径,因此供电路径的数量远大于供电环路的数量。又因为网络中电源节点的数量占比很小,则有 $N+P-2N_s \gg L+1$, 即本文模型的约束方程数量更少。由上述分析可知,与现有方法相比本文方法的数学模型复杂度较低。

2 供电环路搜索算法

采用第 1 节所述基于供电环路非连通条件的方法描述配电网的辐射状约束,首先需要获取配电网中所有的供电环路。文献[18]提出利用深度优先遍历算法搜索图中的基本环路,通过基本环路之间的组合得到图中的所有环路。在该方法的基础上,本文提出一种基于深度优先遍历的供电环路搜索算法,获取配电网中的所有供电环路。

2.1 基于深度优先遍历的基本供电环路搜索

图的基本环路可由其生成树得到,在生成树中加入任意一条连支都会产生一个环路,这些环路的集合即为图的一组基本环路。

推广到基本供电环路,其可由图的生成森林得

到。配电网的辐射状结构即可视为其拓扑图的一个生成森林,每棵树中包含一个电源,加入任意一条连支,则会产生一个环路,或将 2 棵树合并为一棵树从而产生从一个电源到一条路径,这些环路和路径的集合构成一组基本供电环路。本文提出基于深度优先遍历算法,在搜索生成森林的过程中得到基本供电环路,算法流程如图 1 所示。

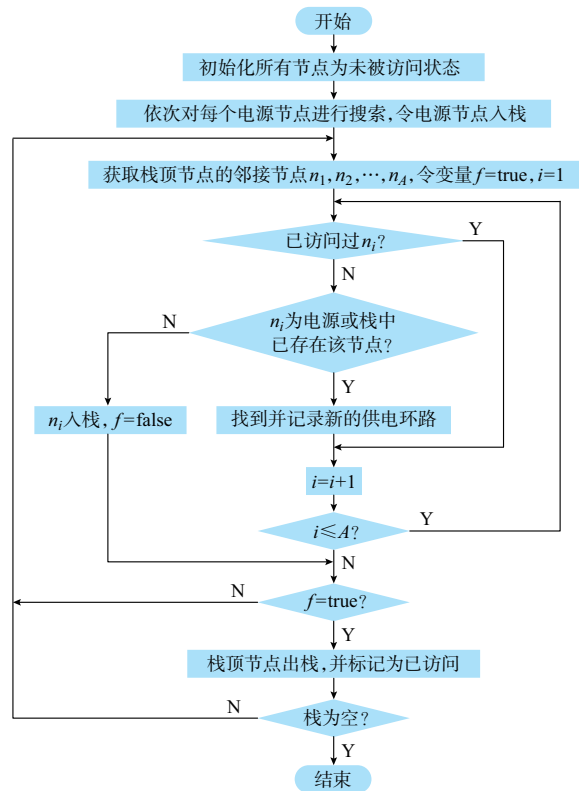


图 1 搜索基本供电环路的算法流程
Fig. 1 Flow chart of algorithm for searching elementary power supply loops

2.2 基本供电环路组合得到所有供电环路

配电网拓扑图中的支路以某一顺序排列,为每个供电环路定义一个长度为 B 的二值数组,与顺序排列的支路对应。对于供电环路中包含的支路,在数组中的对应位置赋值为 1,其他位置赋值为 0。2 个供电环路的组合的方法为对两者的二值数组逐位进行异或运算,这样新的供电环路中仅保留了二者各自独有的支路。

由基本供电环路组合得到所有供电环路的过程如下:在供电环路集合中,初始加入一个基本供电环路。然后依次将剩余的基本供电环路与集合中所有的供电环路进行组合,将该基本供电环路与新得到的供电环路加入集合中。最后对得到的供电环路中的支路按拓扑连接顺序排列,若支路无法连接到一

起,则该供电环路不存在,应将其删除。

以图2所示网络为例说明上述组合过程,其中G1和G2为电源,D1~D4为负荷,数字1~7表示支路编号及其排列顺序。

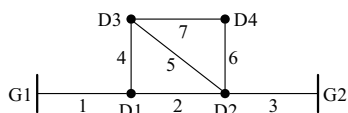


图2 网络示例
Fig. 2 Network example

若基本供电环路为1-2-3,2-4-5和5-6-7,其二值数组分别为 $[1,1,1,0,0,0,0]$, $[0,1,0,1,1,0,0]$ 和 $[0,0,0,0,1,1,1]$ 。初始在供电环路集合中加入1-2-3,先对2-4-5进行组合,将它们的二值数组进行逐位异或运算,得到 $[1,0,1,1,1,0,0]$,即供电环路1-4-5-3,加入集合中。再令5-6-7与集合中的供电环路进行组合,得到1-2-3-5-6-7,2-4-6-7和1-4-7-6-3,加到集合中。最后对集合中供电环路的支路排序,得出其中1-2-3-5-6-7的支路无法首尾相连,将其删去。

3 支路状态与路径状态的相互转换

路径在配电网的故障恢复和运行决策等中有较多的应用^[19-20],如1.3节所述基于路径的配电网辐射状约束描述方法较为复杂,它的变量是网络中供电路径的状态,而基于供电环路的拓扑描述方法的变量是支路状态,变量数要远远小于前者。为了使涉及路径的配电网问题也能够使用本文方法来描述配电网拓扑,提出支路通断状态与路径通断状态相互线性转换的方法。

3.1 支路状态转换为路径状态

将支路通断状态用路径状态表示的一种简单的方式是累加经过该支路的所有供电路径的状态变量,若其和大于0,则该支路状态为通,否则为断,但这种方式是非线性的。文献[14]提出了一种线性的表示方式:

$$x_b = \sum W_{ib} + \sum W_{jb} \quad (11)$$

式中: W_{ib} 和 W_{jb} 分别为以节点 n_i 和节点 n_j 为终点且经过第 b 条支路的供电路径状态。

3.2 路径状态转换为支路状态

路径状态可用支路状态简单表示如下:

$$W_p = \prod_{k=1}^{K_p} x_{pk} \quad (12)$$

式中: K_p 为第 p 条路径中的支路数量; x_{pk} 为第

p 条路径中的第 k 条支路的状态。

但是式(12)存在的问题是难以转换为一个等价的线性模型。因此,提出将路径状态通过式(13)的形式用支路状态表示。

$$W_p = \left\lceil \frac{\sum_{k=1}^{K_p} x_{pk}}{K_p} \right\rceil \quad (13)$$

式中:“ $\lceil \cdot \rceil$ ”表示取整。

下面推导式(13)的等价线性模型。引入变量

$$t = \frac{\sum_{k=1}^{K_p} x_{pk}}{K_p} \quad t \in [0,1] \quad (14)$$

则有

$$W_p = \begin{cases} 1 & t = 1 \\ 0 & 0 \leq t < 1 \end{cases} \quad (15)$$

命题2给出式(13)的等价线性模型。

命题2:路径状态可以用该路径上的支路状态以式(16)的线性表达式表示,若式(17)所示的关系成立。

$$W_p = t - \omega_2 \quad (16)$$

$$\begin{cases} \omega_1 + \omega_2 + W_p = 1 \\ z + W_p = 1 \\ 0 \leq \omega_1, \omega_2 \leq z \\ \omega_2 < 1 \\ z = 0 \text{ 或 } 1 \end{cases} \quad (17)$$

式中: ω_1, ω_2 和 z 为引入的变量。

附录A给出命题2的证明过程。由命题2可得通过式(14)和式(16)、式(17)则可将路径状态线性地转换为支路状态。

基于上述支路状态与路径状态的相互线性转换的方法,使得用路径进行描述的配电网问题,如文献[21]中的恢复路径优化问题,也能够使用本文方法来简化辐射状约束。

4 配电网故障恢复重构

本文以配电网馈线故障恢复重构问题为例,应用所提出的基于供电环路非连通条件的辐射状约束描述方法,以说明该方法的可行性和实用性。

馈线 $N-1$ 安全准则在配电系统规划中十分重要,要求任意一条馈线发生故障而被切除后,能够通过改变开关运行状态将负荷转带至其他馈线,以恢复供电^[22]。本文对馈线故障中最严重的出口故障,进行 $N-1$ 故障情况下的恢复重构分析。

配电网在故障恢复重构时有较多可选的负荷转

供方案,选取不同的目标函数可获得不同的重构效果。为了能够尽快恢复供电,使网络结构变动较小,同时延长开关使用寿命,本文将开关操作次数最小化作为主要目标。该目标函数为:

$$\min \left\{ \sum_{T_b \in I_s} x_b + \sum_{T_b \in O_s} (1 - x_b) \right\} \quad (18)$$

式中: I_s 为初始运行状态下联络开关所在的支路集合; O_s 为分段开关所在的支路集合; T_b 为网络中的第 b 条支路;第 1 个求和式表示联络开关的动作次数;第 2 个求和式表示分段开关的动作次数。

文献[23]指出,配电网故障恢复重构中靠近供电末端的某些节点可能出现电压较低的情况,为了提高供电质量,可对供电路径的长度加以限制^[14,24]。因此,本文以配电网中对电压质量要求较高的负荷节点的供电路径长度加权总和最小化为次要目标,该目标函数如式(19)所示。

$$\sum_{n_i \in \Psi} \sum_{W_p \in \Lambda_i} W_p \lambda_p \eta_i \quad (19)$$

式中: Ψ 为对电压质量要求较高的负荷节点集合; Λ_i 为节点 n_i 可能的供电路径集合; λ_p 为第 p 条供电路径的长度; η_i 为节点 n_i 的权重系数。

令式(19)乘以一个优先因子使其值始终小于 1,则可使开关操作次数最小化的目标具有更高优先级,最终得到的目标函数如式(20)所示。

$$\min \left\{ \left(\sum_{T_b \in I_s} x_b + \sum_{T_b \in O_s} (1 - x_b) \right) + \frac{\sum_{n_i \in \Psi} \sum_{W_p \in \Lambda_i} W_p \lambda_p \eta_i}{\sum_{n_i \in \Psi} \sum_{W_p \in \Lambda_i} \lambda_p \eta_i} \right\} \quad (20)$$

对上式中的 W_p ,利用式(14)和式(16)、式(17)建立与支路状态的关系,使之成为线性函数。

网络重构的潮流约束如式(21)和式(22)所示^[14]。

$$\sum_{n_j \in \Gamma_i} f_{ij} = -u_i \quad (21)$$

$$\sum_{n_j \in \Gamma_i} f_{ij} \leq S_i \quad (22)$$

式中: f_{ij} 为第 b 条支路上由节点 n_i 流向节点 n_j 的功率大小,其满足关系 $f_{ij} = -f_{ji}, i=1,2,\dots,N-N_s$; u_i 为第 i 个负荷节点的负荷量; S_i 为第 i 个电源节点的容量, $i=1,2,\dots,N_s$ 。

馈线容量约束如式(23)所示^[7]。

$$-x_b F_b \leq f_{ij} \leq x_b F_b \quad (23)$$

式中: F_b 为第 b 条支路的最大载流量。

配电网的辐射状约束为式(1)和式(10)。

逐一断开配电网中的馈线,建立并求解上述馈线故障恢复重构的混合整数线性规划模型。若模型

无解,说明该馈线组不满足 $N-1$ 准则;若均有解,则该馈线组能通过 $N-1$ 安全校核,同时根据解得的支路状态可获得使目标最优的故障恢复方案。

5 算例分析

5.1 辐射状约束描述方法分析

本小节利用图 2 所示网络验证基于供电环路非连通条件的辐射状约束描述方法的正确性。将 2.2 节搜索所得图 2 中的供电环路列于附录 B 表 B1。

利用式(1)和式(10)列出该网络的辐射状约束条件,如式(24)所示。

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_2 + x_4 + x_5 \leq 2 \\ x_5 + x_6 + x_7 \leq 2 \\ x_1 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 3 \\ x_2 + x_4 + x_6 + x_7 \leq 3 \\ x_1 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7 \leq 4 \end{cases} \quad (24)$$

采用枚举法求出满足式(24)式的所有可行解,结果列于附录 B 表 B2 中。容易得出表 B2 所示的支路状态均使网络呈辐射状,验证了基于供电环路非连通条件的辐射状约束描述方法的正确性。

5.2 供电环路搜索算法分析

附录 B 图 B1 所示网络为某省会城市一个实际运行的 10 kV 配电网图^[14]。图中包含 5 条馈线, G1~G5 为变电站即电源节点; D1~D28 为开关装置,其中, D9, D14, D15, D22 和 D28 为联络开关,正常运行方式下处于断开状态,其余 23 个为分段开关,正常运行方式下处于闭合状态; Z1~Z23 表示馈线供电分区即负荷节点,其容量为分区内所有接入负荷的总和。

本文以 IEEE 4 节点、13 节点、34 节点、123 节点配电系统和附录 B 图 B1 所示网络为例,对比网络中供电环路和供电路径的数量差异,以及两者的搜索算法执行时间差异。所使用计算机的处理器型号为 Intel Core i7-7700 3.6 GHz、内存为 16 GB。供电环路搜索采用第 2 节提出的算法,供电路径搜索采用文献[15]提出的算法,均使用 Java 语言编程实现。计算结果如表 2 所示。

表 2 结果显示搜索配电网中供电环路所消耗的时间小于搜索供电路径消耗的时间,特别是对于网络规模较大的情况。同时配电网中的供电环路的数量远小于供电路径的数量,则基于供电环路描述配电网辐射状约束比基于供电路径描述方法的变量个数更少,有利于提高配电网中问题的分析效率。

表2 供电环路和供电路径的数量和搜索时间对比
Table 2 Comparison of number and searching time of power supply loop and power supply path

算例	数量		搜索时间/ms	
	供电环路	供电路径	供电环路	供电路径
IEEE 4 节点	0	3	0.63	0.81
IEEE 13 节点	0	12	1.00	1.70
IEEE 34 节点	0	33	1.20	6.30
IEEE 123 节点	3	380	4.30	88.00
图 B1 网络	18	187	2.60	27.00

5.3 配电网馈线故障恢复重构分析

以附录 B 图 B1 网络为例,考虑馈线出口 $N-1$ 故障,进行故障恢复分析。图中供电分区 Z6, Z19 和 Z22 中包含对电压质量要求较高的负荷,权重系数均取 1。各电源容量和各馈线分区负荷如附录 B 表 B3 所示。表 B4 中给出图 B1 中各支路的容量,表 B5 给出图 B1 中各支路的长度。

基于供电环路描述配电网辐射状约束,建立第 4 节所述的配电网故障恢复重构模型,依次令馈线 F1~F5 出口故障,使用 CPLEX 优化软件求解模型。表 3 列出了分别采用式(18)和式(20)为目标函数的计算结果,包括优化结果即负荷转供动作开关的最少次数、动作的开关、失电负荷的转供馈线。

表3 故障恢复重构计算结果
Table 3 Calculation results of fault restoration reconfiguration

故障 馈线	优化 结果	目标函数为式(18)		目标函数为式(20)	
		动作的开关	转供馈线	动作的开关	转供馈线
F1	3	D15, D22, D25	F3, F4	D8, D9, D15	F2, F4
F2	3	D6, D14, D15	F4	D12, D14, D15	F4
F3	1	D22	F4	D22	F4
F4	1	D28	F5	D22	F3
F5	1	D28	F4	D28	F4

利用本文所提路径状态与支路状态的转换方法,能够使式(20)所示的目标函数及所建立的数学模型仍为线性的,便于求解。表 3 中计算结果表明了附录 B 图 B1 所示网络能够满足馈线 $N-1$ 安全准则,并得到了故障恢复重构及负荷转供的方案。图 B2 和图 B3 分别给出了在馈线 F1 和 F2 故障后,以式(20)为目标函数的网络恢复重构结果,从图中可看出网络均呈辐射状结构,进一步验证了基于供电环路的辐射状约束描述方法的有效性。

当馈线 F1, F2, F4 故障时,2 个目标函数得到了不同的恢复重构方案:目标函数为式(18)时,转供后 Z6, Z19 和 Z22 的供电路径长度加权和分别为 54.57, 36.23, 52.18;目标函数为式(20)时,供电路径长度加权和分别为 36.23, 33.84, 38.06。因此利

用式(20)的多目标优化,能够得到开关操作次数最少的优化结果,同时起到了减小供电路径长度的效果。

5.4 不同辐射状约束描述方法对比

在配电网馈线故障恢复重构问题中,以式(20)为目标函数,分别采用本文方法和文献中的不同方法描述配电网辐射状约束,所建立的数学模型中变量个数和约束方程数量如附录 B 图 B4 所示。其中基于供电环路非连通条件描述配电网辐射状约束所建立的数学模型中,变量为网络中的支路状态和支路流过的功率;供电路径模型中的变量为网络中的供电路径状态;生成树模型中的变量为支路状态、节点层级关系和支路流过功率;虚拟需求模型中变量为支路状态、支路虚拟流量和支路流过功率。通过图 B4 的对比可得,供电环路模型所需的变量个数和约束方程数量均显著少于其他模型,复杂度最低。

采用不同的辐射状约束描述方法,求解配电网馈线在 $N-1$ 故障情况下的恢复重构问题,计算过程消耗的时间如表 4 所示。

表4 采用不同辐射状约束描述方法的计算时间
Table 4 Computation time with different description methods of radial constraints

故障 馈线	配电网馈线故障恢复重构计算时间/ms			
	供电环路模型	供电路径模型	生成树模型	虚拟需求模型
F1	20.5	43.7	32.3	31.9
F2	21.1	38.6	34.5	33.6
F3	16.5	42.7	27.9	30.9
F4	21.4	45.4	31.8	30.0
F5	16.1	36.2	29.9	28.7

由表 4 求出基于供电环路、供电路径、生成树和虚拟需求描述配电网辐射状约束的故障恢复重构计算所消耗的总时间,分别为 95.6, 206.6, 156.4, 155.1 ms,因此本文方法的计算性能更优。该算例验证了本文基于供电环路的配电网辐射状约束描述方法的高效性和实用性。

6 结语

本文提出了一种搜索配电网中所有供电环路的算法,进而从图论的角度出发,利用供电环路,提出了配电网满足辐射状拓扑约束的充分必要条件,并建立了其数学模型。为了使某些便于采用路径进行描述的问题也能够应用本文方法,进一步提出了路径状态与支路状态相互线性转换的方法。

所提方法的特点是变量和约束条件的数量较少,数学模型复杂度较低,并且以图论为基础,其应用不受具体配电网问题的限制。本文将所提方法应

用于配电网故障恢复重构问题中,算例分析表明该方法的计算性能较优,具备实际应用价值。

改进供电环路的搜索算法,提高搜索效率,以及将基于供电环路非连通条件的辐射状约束描述方法应用于更多配电网问题中,是进一步的研究内容。

附录见本刊网络版(<http://www.aeps-info.com/aeps/ch/index.aspx>)。

参考文献

- [1] MORADZADEH B, LIU G, TOMSOVIC K. Robust reconfiguration of a distribution system[C]// Proceedings of the 50th Hawaii International Conference on System Sciences, January 27-30, 2017, Hawaii, USA: 3222-3230.
- [2] 黄伟,纪双全.基于馈线偶的配电网快速减小网损重构方法[J].电力系统自动化,2015,39(5):75-80.
HUANG Wei, JI Shuangquan. A distribution network reconfiguration method via rapid network loss reduction based on dual feeders[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(5): 75-80.
- [3] MUNOZ-DELGADO G, CONTRERS J, ARROYO J M. Joint expansion planning of distributed generation and distribution networks[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(5): 2579-2590.
- [4] TAYLOR J A, HOVER F S. Convex models of distribution system reconfiguration [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(3): 1407-1413.
- [5] JABR R A, SINGH R, PAL B C. Minimum loss network reconfiguration using mixed-integer convex programming [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(2): 1106-1115.
- [6] HAGHIGHAT H, ZENG B. Distribution system reconfiguration under uncertain load and renewable generation [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(4): 2666-2675.
- [7] LAVORATO M, FRANCO J F, RIDER M J, et al. Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(1): 172-180.
- [8] PATERAKIS N G, MAZZA A, SANTOS S F, et al. Multi-objective reconfiguration of radial distribution systems using reliability indices[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(2): 1048-1062.
- [9] CAPITANESCU F, OCHOA L F, MARGOSSIAN H, et al. Assessing the potential of network reconfiguration to improve distributed generation hosting capacity in active distribution systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(1): 346-356.
- [10] HONG Haifeng, HU Zhesheng, GUO Ruipeng, et al. Directed graph-based distribution network reconfiguration for operation mode adjustment and service restoration considering distributed generation[J]. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2017, 5(1): 142-149.
- [11] BORGHETTI A. A mixed-integer linear programming approach for the computation of the minimum-losses radial configuration of electrical distribution networks [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(3): 1264-1273.
- [12] MORADZADEH B, TOMSOVIC K. Mixed integer programming-based reconfiguration of a distribution system with battery storage [C]// North American Power Symposium, September 9-11, 2012, Champaign, USA: 1-6.
- [13] RAMOS E R, EXPOSITO A G, SANTOS J R, et al. Path-based distribution network modeling: application to reconfiguration for loss reduction[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2005, 20(2): 556-564.
- [14] 孙明,董树锋,夏圣峰,等.基于路径描述的馈线分区 $N-1$ 可装机容量计算方法[J].电力系统自动化,2017,41(16):123-129. DOI:10.7500/AEPS20161101003.
SUN Ming, DONG Shufeng, XIA Shengfeng, et al. Path description based calculation method for available capacity of feeder partition satisfied with $N-1$ security criterion [J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(16): 123-129. DOI: 10.7500/AEPS20161101003.
- [15] 徐成司,董树锋,孙洲,等.基于网络简化和深度优先遍历的配电网路径搜索算法[J].电力系统自动化,2017,41(24):170-176. DOI:10.7500/AEPS20170605015.
XU Chengsi, DONG Shufeng, SUN Zhou, et al. A path searching algorithm for distribution network based on network simplification and depth first traversal [J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(24): 170-176. DOI: 10.7500/AEPS20170605015.
- [16] 明煦,王主丁,王敬宇,等.基于供电网格优化划分的中压配电网规划[J].电力系统自动化,2018,42(22):159-164. DOI:10.7500/AEPS20180208005.
MING Xu, WANG Zhuding, WANG Jingyu, et al. Medium-voltage distribution network planning based on mesh optimization generation [J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(22): 159-164. DOI: 10.7500/AEPS20180208005.
- [17] 武鹏,程浩忠,刘育权,等.考虑合环约束的配电网重构方法[J].电力系统自动化,2017,41(11):163-167. DOI:10.7500/AEPS20160919002.
WU Peng, CHENG Haozhong, LIU Yuquan, et al. Distribution network reconfiguration method considering loop closing constraints[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(11): 163-167. DOI: 10.7500/AEPS20160919002.
- [18] SAFAR M, ALENZI K, ALBEHAIRY S. Counting cycles in an undirected graph using DFS-XOR algorithm [C]// First International Conference on Networked Digital Technologies, July 28-31, 2009, Ostrava, Czech Republic: 132-139.
- [19] SUN W, LIU C C, ZHANG L. Optimal generator start-up

- strategy for bulk power system restoration [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(3): 1357-1366.
- [20] 姜惠兰,史建昇,曾凯,等. 基于风险的电网调度操作最佳供电路径生成策略[J]. 电力系统自动化,2015,39(10):157-162. JIANG Huilan, SHI Jiansheng, ZENG Kai, et al. Optimal power supply path in dispatching operation based on risk[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(10): 157-162.
- [21] 宋坤隆,谢云云,殷明慧,等. 应用网络流理论的停电系统恢复路径混合整数线性优化模型[J]. 电力系统自动化,2017,41(3):25-31. DOI:10.7500/AEPS20160330007. SONG Kunlong, XIE Yunyun, YIN Minghui, et al. Mixed integer linear optimization model for path restoration of blackout system based on network flow theory [J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(3): 25-31. DOI: 10.7500/AEPS20160330007.
- [22] 刘佳,程浩忠,肖峻,等. 计及 $N-1$ 安全准则的智能配电网多目标重构策略[J]. 电力系统自动化,2016,40(7):9-15. LIU Jia, CHENG Haozhong, XIAO Jun, et al. A multi-objective reconfiguration strategy for smart distribution network considering $N-1$ security criterion[J]. Automation of Electric Power Systems, 2016, 40(7): 9-15.
- [23] 周淙,解慧力,郑柏林,等. 基于混合算法的配电网重构与孤岛运行配合[J]. 电网技术,2015,39(1):136-142. ZHOU Quan, XIE Huili, ZHENG Bolin, et al. Hybrid algorithm based coordination between distribution network fault reconfiguration and island operation[J]. Power System Technology, 2015, 39(1): 136-142.
- [24] 配电网规划设计技术导则:DL/T 5729—2016[S]. 北京:中国电力出版社,2016. The guide of planning and design of distribution network: DL/T 5729—2016[S]. Beijing: China Electric Power Press, 2016.
-
- 徐成司(1995—),男,硕士研究生,主要研究方向:配电网系统规划与运行。E-mail: 3140103128@zju.edu.cn
- 董树锋(1982—),男,通信作者,博士,副教授,主要研究方向:状态估计、有源配电网分析。E-mail: dongshufeng@zju.edu.cn
- 朱嘉麒(1994—),男,硕士研究生,主要研究方向:配电网优化运行。E-mail: 924094856@qq.com

(编辑 章黎)

Description Method of Radial Constraints for Distribution Network Based on Disconnection Condition of Power Supply Loop

XU Chengsi¹, DONG Shufeng¹, ZHU Jiaqi¹, ZHU Bingquan², XU Lizhong²

(1. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. State Grid Zhejiang Electric Power Co., Ltd., Hangzhou 310027, China)

Abstract: The radial topology of distribution network is an important constraint condition to be considered in the analysis of distribution network. However, the mathematical models describing the topology of distribution network at present are all complex, which affects the efficiency of problem solving. In order to equivalently describe the radial constraint of distribution network and reduce the scale and complexity of the mathematical model, a description method of radial constraints based on disconnection condition of power supply loop for the distribution network is proposed. First, based on the concept of distribution power supply loop, a sufficient and necessary condition for the distribution network to satisfy the radial topology is proposed. Meanwhile, an algorithm for searching all the power supply loops in the distribution network is proposed. Then a method of linear transformation between the state of the path and the state of the branch is proposed. Finally, the proposed method is applied to the feeder service restoration reconfiguration in the distribution network. An IEEE distribution system and an actual distribution network of a provincial capital city are used to compare the calculation performance of different description methods of radiant constraints, which verifies the effectiveness and practicability of the proposed method.

This work is supported by State Grid Corporation of China (No. 52110418000M).

Key words: power supply loop; radial constraint; loop searching; service restoration reconfiguration; distribution network